Polo del Conocimiento

Pol. Con. (Edición núm. 41) Vol. 5, No 01
Enero 2019, pp. 432-449
ISSN: 2550 - 682X
DOI: 10.23857/pc.v4i12.1232

Metodología de la enseñanza de las Matemáticas desde la resolución de problemas. Evolución desde la epistemología hasta la enseñanza

Methodology of Mathematics teaching from problem solving. Evolution from epistemology to teaching

Metodologia do ensino da matemática na resolução de problemas. Evolução da epistemologia ao ensino

Nilo Alberto Benavides-Solís [I]
nilo.benavides@utelvt.edu.ec
https://orcid.org/0000-0002-0885-708X

Cristhian Roberto Quiñonez-Arroyo [II]
crisniur@gmail.com
https://orcid.org/0000-0002-1927-5448

Nadia Bermúdez-Zuleta [III]
naditabermudez@gmail.com
https://orcid.org/0000-0002-7606-6861

Correspondencia: nilo.benavides@utelvt.edu.ec

Ciencias de la educación
Artículo de investigación

* **Recibido:** 24 de noviembre de 2019 ***Aceptado:** 28 diciembre de 2019 * **Publicado:** 17 de enero 2020

I. Especialista en Educación Universitaria, Magíster en Investigación para el Desarrollo Educativo, Diploma Superior en Práctica Docente Universitaria, Doctor en Ciencias de la Educación Mención: Enseñanza de la Física, Profesor de Segunda Enseñanza, Especialidad Física y Matemáticas, Licenciado en Ciencias de la Educación Especialidad Física y Matemáticas, Docente en la Universidad Técnica Luis Vargas Torres, Esmeraldas, Ecuador.

II. Licenciado en Ciencias de la Educación Mención Física y Matemática, Investigador Independiente, Esmeraldas, Ecuador.

III. Licenciada en Ciencias de la Educación Mención Informática Educativa, Tecnólogo en Informática, Investigador Independiente, Esmeraldas, Ecuador.

Resumen

El objetivo del presente ensayo fue analizar la metodología de la enseñanza de la matemática desde la resolución de problemas. Para ello se desarrolló una investigación documental, apoyada en la revisión bibliográfica relacionada con la metodología de la enseñanza de la matemática a través de la resolución de problemas, a partir de las cuales se realizó un análisis cualitativo de la información con la identificación de los aportes de algunos teóricos y las estrategias sugeridas para la aplicación en el contexto educativo. Se concluye que en el proceso de consolidación de la matemática como ciencia y sus implicaciones en el campo educativo ha venido transitando por numerosos procesos de adelantos, retrocesos y estancamientos, como resultado de la confluencia de factores sociales, religiosos, pedagógicos, científicos y hasta normativos. La resolución de problemas es parte medular de la enseñanza de las matemáticas y como tal debe ser abordada con la mayor amplitud y profundidad, como forma de dar respuesta a una sociedad donde esta ciencia juega un papel preponderante.

Palabras clave: Enseñanza; metodología; resolución de problemas.

Abstract

The objective of this essay was to analyze the methodology of teaching mathematics from problem solving. For this, a documentary investigation was developed, supported by the literature review related to the methodology of the teaching of mathematics through the resolution of problems, from which a qualitative analysis of the information was made with the identification of the contributions of some theorists and suggested strategies for application in the educational context. It is concluded that in the process of consolidation of mathematics as a science and its implications in the educational field it has been going through numerous processes of advances, setbacks and stagnations, as a result of the confluence of social, religious, pedagogical, scientific and even normative factors. Problem solving is a core part of the teaching of mathematics and as such should be approached with the greatest breadth and depth, as a way of responding to a society where this science plays a preponderant role.

Keywords: Teaching; methodology; problem solving.

Resumo

O objetivo deste ensaio foi analisar a metodologia de ensino da matemática a partir da resolução de problemas. Para isso, foi desenvolvida uma investigação documental, apoiada na revisão de literatura relacionada à metodologia do ensino de matemática através da resolução de problemas, a partir da qual foi realizada uma análise qualitativa das informações com a identificação das contribuições de alguns teóricos e estratégias sugeridas para aplicação no contexto educacional. Conclui-se que no processo de consolidação da matemática como ciência e suas implicações no campo educacional, vem passando por inúmeros processos de avanços, retrocessos e estagnações, como resultado da confluência de fatores sociais, religiosos, pedagógicos, científicos e até normativos. A solução de problemas é uma parte central do ensino de matemática e, como tal, deve ser abordada com a maior amplitude e profundidade, como uma maneira de responder a uma sociedade onde essa ciência desempenha um papel preponderante.

Palavras-chave: Ensino; metodologia; resolução de problemas.

Introducción

La actividad matemática es un quehacer extraordinariamente antiguo, cuyo uso se corresponde con los primeros intentos del hombre por conocer y explicar los fenómenos que acontecen en la realidad. Con el transcurrir de los años, se convirtió en una ciencia madura en el mundo de los griegos del siglo VI aC, especialmente por los aportes hechos por los seguidores de Pitagoras, quienes consideraron a la matemática como un medio para el descubrimiento y contemplación de la armonía del universo. (Rizo y Campistrous: 1999).

A lo largo de los siglos han sido muy diversos los objetivos que se han perseguido con el desarrollo de la matemática, desde la confección de las predicciones en los tiempos babilónicos, su consideración como una escala hacia la divinidad y elemento indispensable de la cultura. (Cuadrivio desde el siglo IV a C lo largo de toda la edad media, estuvo constituida por la aritmética, astronomía, música y geometría (Lipschiitz, 2000, p. 880). Además de los señalamientos anteriores sobre su origen y desarrollo de las ideas matemáticas según el punto de vista de Alksandrov, Kolgomorov y Laurentiev, la mayor parte de la ciencia ha sido el resultado del pensamiento que inicialmente se centró en la idea de número, magnitud y forma que apareció como parte de la vida diaria del hombre en su búsqueda por contar con una herramienta para resolver necesidades prácticas.

Muchos científicos han llegado a la conclusión que toda la vida ha sido explicada a través del empleo de las matemáticas, incluso hasta llegar a concebirse el funcionamiento del mundo y de los seres humanos desde la idea mecánica, cuantificable y medible y por tanto matemática.

Ahora bien, Boyer(S/F) citado por Pacheco (2005, p.5) señala que la matemática se desarrolló a través de diferentes etapas: siendo la primera su aparición como ciencia teórica pura e independiente que comienza desde los tiempos más remotos y se extiende hasta el siglo V aC. Esta etapa se creó como una conexión entre los teoremas y las demostraciones. La segunda etapa comprende la matemática griega que se distingue por el desarrollo de la geometría y el predominio de la algebra. Como sub etapa de este período sobresale la matemática del medio oriente, que se caracterizó por el desarrollo principal en conexión con las necesidades del cálculo, además de la aritmética y la geometría. La tercera fase corresponde al período del nacimiento y desarrollo del análisis: variable y función fueron los conceptos centrales con el impulso de otras ciencias como la física. Finalmente, la cuarta etapa de la matemática denominada contemporánea donde predominan las posibles interrelaciones e interdependencias cuantitativas entre las magnitudes, con esta fase también se mejoró el proceso de enseñanza y la creación de numerosas estrategias didácticas.

Sin lugar a dudas, es casi imposible pensar en el mundo sin que no se mencione las contribuciones de la matemática como ciencia no sólo teórica, sino eminentemente práctica. La Matemática ha experimentado un crecimiento exponencial, planteando nuevos retos para enseñarla y aprenderla. Es por ello que, en el finalizado siglo XX, con la denominada “Revolución Científico–Técnica”, la correspondiente evolución didáctica alcanzó una velocidad sin precedentes, por tanto, los acercamientos sobre los modelos pedagógicos actuales y las tendencias en la enseñanza y el aprendizaje de esta ciencia no es tarea sencilla. (Baleiro: 2004)

En lo que se refiere a enseñanza–aprendizaje de la Matemática, son distintos los temas que hoy constituyen objeto de estudio en ese proceso de enseñar y aprender matemática. Por ejemplo, es de claro el interés en la formación de conceptos, las creencias y concepciones entorno a ambos procesos, la aplicación de las herramientas computacionales como forma de enseñanza, la formación del profesorado, el trabajo con estudiantes de alto desempeño, el desarrollo del pensamiento (en sus múltiples enfoques: lógico–formal, geométrico-espacial, combinatorio), la resolución de problemas, entre otros múltiples temas de interés actual. (Castelnovo: 1966)

Precisamente el modelo de la enseñanza-aprendizaje a través de la resolución de problemas o constituye un amplio objeto de análisis, al cual será el objetivo del presente ensayo, para lo cual se empleará en una investigación documental, apoyada en la revisión bibliográfica relacionada con la metodología de la enseñanza de la matemática a través de la resolución de problemas, a partir de las cuales se realizó un análisis cualitativo de la información con la identificación de los aportes de algunos teóricos y las estrategias sugeridas para la aplicación en el contexto educativo

Desarrollo

Hasta la actualidad ha llegado referencias de que, en civilizaciones tan antiguas como la egipcia, la babilonia y la china, como se señaló en párrafos anteriores, se enseñaba matemática. Así, por ejemplo, los problemas matemáticos con textos son tan antiguos como la propia enseñanza de esta asignatura. Tanto en las tablillas de barro, como en los papiros más antiguos, comúnmente pueden encontrarse problemas totalmente "idealizados". Se trata de pretextos, concebidos con el ánimo de enseñar los rudimentos aritméticos elementales.

Según las consideraciones hechas por Ritter (1989):

…la finalidad principal de los ejercicios matemáticos escolares era familiarizar al futuro escriba con las técnicas matemáticas para resolver problemas. El objetivo que se trataba de alcanzar era la instrucción técnica y no la aplicación directa, motivo por el que muchos de los problemas aparentemente "prácticos" que figuraban en estos textos tenían que ver muy poco con la vida real. […] La finalidad pedagógica de estos ejercicios salta a la vista. (p.67)

Otro de los ejemplos de la existencia en la antigüedad de la didáctica de la matemática a través de la resolución de problemas lo menciona Schoenfeld, (1987) al presentar al filósofo griego Sócrates quien fue capaz de aislar el elemento "resolver problemas" como forma de considerarla aspecto de estudio. Este hecho resulta sumamente importante para su época, tratándose del siglo V aC. , en virtud de que si bien es cierto que este filósofo negaba la cognoscibilidad del mundo físico y absolutizaba el hecho de que el hombre solo puede conocerse a sí mismo, hay que destacar en él ciertas estrategias de carácter metacognitivo que desarrollaba con sus discípulos a través de la pregunta y la duda como motor impulsor del aprendizaje. (Cruz y Aguilar: 2001)

Pol. Con. (Edición núm. 41) Vol. 5, No 01, enero 2020, pp. 3-21, ISSN: 2550 - 682X

Posterior a este momento histórico podría mencionarse aportes de grandes filósofos, matemáticos, investigadores cuyas contribuciones han facilitado el desarrollo de estrategias que propicien el aprendizaje de las matemáticas en los diversos niveles del sistema educativo. Algunos de los más significativos se encuentran en la época medieval, específicamente el filósofo, matemático y físico Descartes, señalado como fundador del racionalismo, que se constituyó como resultado de interpretar de manera unilateral el carácter lógico del conocimiento matemático. En el ámbito de la resolución de problemas, Gascón (1998) señala que la trascendencia significativa se centra en dos de sus principales tratados: Discours de la Méthode (Discurso del Método, publicado por primera vez en Leyden, en 1637) y Regulæ ad Directionem Ingenii (Reglas para la Dirección del Espíritu, publicado post mortem en Obras Póstumas, Amsterdam, 1701).

El mismo autor señala que otro de los matemáticos significativos y más antiguo que escribió para la posteridad sus ideas sobre cómo resolver problemas, Arquímedes (287–212 Ac), sus aportes se encuentran en la obra El Método de los Teoremas Mecánicos, en el cual reveló cómo había obtenido varios de sus resultados, incluyendo la determinación del área de un segmento parabólico, el área y volumen de una esfera, y el volumen de un elipsoide.

Durante muchos siglos, después de la caída del Imperio Romano en el año 476, la enseñanza de las ciencias no fue un asunto principal. El poco conocimiento que se había rescatado de las culturas griega y romana, estuvieron relacionados a la Iglesia Católica y, sobre todo, a las necesidades que ella tenía. Puede afirmarse que en toda esta época no había mucha matemática disponible, aunque en el currículo educativo (para las pocas escuelas que había) se le dio cierto énfasis a la Matemática. El modelo educativo para la enseñanza estaba formado por lo que se llama el cuadrivium: enseñanza de la Aritmética, Música, Geometría y Astronomía y el trívium: Retórica, Gramática y Dialéctica. (Netz: 2000)

Ahora bien, con el fin de la Edad Media, abriendo paso al Renacimiento, después de la caída de Constantinopla en manos turcas el estudio de la Matemática y los clásicos alcanzó un gran esplendor. A partir del siglo XV, en las universidades de Europa se comenzó a enseñar el conocimiento práctico, además del teórico que venía desarrollándose desde dos siglos atrás. En particular, empezó a enseñarse lo que entonces se llamó "matemática comercial". Los jóvenes que deseaban convertirse en mercaderes o comerciantes tenían la oportunidad de formarse en la práctica, como ayudantes y aprendices de mercaderes reconocidos en su ciudad, esto es sin tener que asistir a la universidad. Ahora bien, cercano al siglo XVIII, un papel trascendental correspondió al matemático suizo- ruso Euler (1707–1783), el cual se le atribuye fundamentalmente la educación heurística manifestada en su praxis pedagógica, particularmente, los descubrimientos por analogías, los cuales ocupan un lugar sumamente importante en sus prácticas.

En una época más cercana, a principios del siglo XX, un grupo de matemáticos influyó notablemente en la enseñanza de las matemáticas y muy especialmente en los métodos para enseñar a resolver problemas. Se trata del grupo Bourbaki, conformado por A. Weil, J. Delsarte, S. Mandelbrojt, P. Dubreil, J. Dieudonné, R. de Possel, H. Cartan, C. Chevalley y J. Leray. Ellos levantaron el lema "Abajo Euclides", en el sentido de formalizar la Matemática. La obra enciclopédica que llevaron a cabo fue aceptada profundamente (Alyn: 2000, p. 8) En los inicios del siglo XX surgieron los aportes de H. Poincaré, matemático francés que se ocupó intensamente de la metodología general de la ciencia. Una de sus mayores contribuciones a la enseñanza de la matemática y particularmente a través de la resolución de problema es la distinción que hace respecto al acto creativo. En efecto, sobre la base de su experiencia personal, destaca cuatro fases: "a) Saturación (actividad consciente que implica trabajar en el problema hasta donde sea posible), b) Incubación (el inconsciente es el que trabaja), c) Inspiración (la idea surge súbitamente), d) Verificación (comprobar la respuesta hasta asegurarse de su veracidad)" (Poincaré, 1980, p.383). Otro científico matemático que compartía las ideas de Poincaré fue. Hadamard (1865–1963) el cual prosigue y profundiza el punto de vista de Poincaré, resaltando la actividad consciente, la reflexión y el trabajo inconsciente; en la misma línea del autor antes mencionado propone un esquema algo más exhaustivo para explicar el proceso de creación matemática. Sus fases eran las siguientes:

- Documentación (informarse, leer previamente, escuchar, discutir)
- Preparación (realizar un proceso de ensayo–error sobre diferentes vías e hipótesis, considerando un cambio eventual de actividad en caso de no obtener ningún progreso)
- Incubación (al cambiar de actividad, tal como hacía Einstein al tocar un violín, la solución se está gestando en el subconsciente)
- Iluminación (ocurre la idea repentina)
- Verificación (la idea debe someterse al análisis y comprobación, al juicio crítico)

Pol. Con. (Edición núm. 41) Vol. 5, No 01, enero 2020, pp. 3-21, ISSN: 2550 - 682X

- Conclusión (ordenación y formulación rigurosa de los resultados)

Ambos pensadores se consideraron como relacionados con los métodos propios de la psicología humanista, la Gestaltpsychologie en 1912. La mayor dificultad de esta corriente que influyó en cierta medida en los pensadores mencionados anteriormente, radica en la referencia constante al inconsciente sin conocer su naturaleza. Posterior a estos científicos surgió otra corriente psicológica notable el Behaviorismo (del inglés behavior = conducta), cuya base filosófica es el pragmatismo. Esta teoría es completamente mecanicista, pues reduce los fenómenos psíquicos a reacciones del organismo uno de sus principales representantes fue Skiner con su idea que el aprendizaje se produce a través o mediante la asociación de un estímulo y por tanto una respuesta, el docente debe diseñar estrategias o recompensas que estimulen al estudiante para aprender. Desde esta perspectiva, y haciendo alusión específicamente a la resolución de problemas matemáticos, debía resolverse paso por paso una serie de ejercicios. Así se suponía que los estudiantes podrían desarrollar habilidades básicas, las cuales se pondrían en acción durante la resolución de problemas. Según J. Wyndhamn (1993), esto último significa "poder aplicarlas a situaciones donde algunas características específicas (estímulo) provoca conductas específicas (respuesta)". En fin, el conjunto de razonamientos del estudiante se reduce a la simple suma de todas sus partes.

Posterior a estos aportes, el modelo propuesto por Polya marca la "edad de oro" de los métodos heurísticos para resolver problemas en su obra: How to Solve It. Aunque su alcance se vio limitado al sencillo enfoque de la heurística, hay que destacar dos aspectos fundamentales: el aislamiento de cuatro fases claramente identificables durante el proceso de resolución de problemas, y la elaboración de un pequeño diccionario complementario. En primer lugar, destaca la existencia de cuatro fases durante la resolución de un problema: a) Comprensión del problema, b) Concepción de un plan, c) Ejecución del plan, y d) Visión retrospectiva. (Polya,. y Szegö: 1960)

En relación a la primera etapa sobre la comprensión del problema, el autor señala que el estudiante debe entender lo que se pide, por cuanto que no se puede contestar una pregunta que no se comprende, ni es posible trabajar para un fin que no se conoce. En este sentido, el docente debe cerciorarse si el estudiante comprende el enunciado verbal del problema De esta manera, el estudiante podrá diferenciar cuál es la incógnita que debe resolver, cuáles son los datos y cuál es la condición, Asimismo, si en el problema se suministran datos sobre figuras, se recomienda que el alumno dibuje o represente destaque en ella la incógnita y los datos.

La segunda etapa referida a la concepción de un plan, según Polya (1965, p.30) “Tenemos un plan cuando abemos, al menos a `grosso modo`, qué cálculos, qué razonamientos o construcciones habremos de efectuar para determinar la incógnita”. De acuerdo con este autor, una vez que el estudiante ha comprendido el problema debe pasar a la segunda fase, es decir, debe concebir un plan de resolución. Por ello, cuando el docente trabaja esta estrategia con sus estudiantes debe ayudarlos a concebir un plan a través de preguntas y sugerencias para que el alumno se vaya formando alguna idea que poco a poco puede ir tomando forma hasta lograr completar el plan que le llevará a la solución del mismo

La tercera falta es la ejecución del plan, el cual se refiere al proceso donde el estudiante deberá aplicar el plan que ha concebido, para ello hace falta que emplee los conocimientos ya adquiridos, haga uso de habilidades del pensamiento y de la concentración sobre el problema a resolver (Polya, 1984, p. 33). En este sentido, el docente debe insistir para que el estudiante verifique cada paso y se cerciore de la exactitud de cada uno e inclusive, demuestre que llevó a cabo cada detalle con tal precisión.

El último paso consiste en revisar la solución obtenida, es específicamente el paso donde el estudiante reexamina el plan que concibió, así como la solución y su resultado. El docente debe aprovechar este paso para que el estudiante constate la relación de la situación resuelta con otras que pudiesen requerir un razonamiento más o menos similar con el fin de facilitarle la transferencia a otras situaciones que se le presenten e inclusive en la solución de problemas de la vida misma.

La segunda contribución de este autor Polya (1954) consistió en una colección de técnicas y notas históricas, ordenadas alfabéticamente donde analiza y describe en qué consiste la generalización, la analogía, las reglas del descubrimiento, el profesor de matemática tradicional, el razonamiento heurístico, entre otros conceptos necesarios para facilitar la resolución de problemas. A pesar de que How to Solve It marcó un precedente en el campo de la enseñanza de las matemáticas, en su fecha de aparición no causó mucho impacto, pues los currículos escolares estaban enérgicamente influenciados por los asociacionistas, aspecto que fue explicado en párrafos anteriores, los cuales propugnaban un aprendizaje por repetición. Aun así, Polya continuó su ambiciosa obra y en 1954 publicó Mathematics and Plausible Reasoning.

Pol. Con. (Edición núm. 41) Vol. 5, No 01, enero 2020, pp. 3-21, ISSN: 2550 - 682X

Podría decirse que la Matemática Moderna, como se denominó a este movimiento, fue un intento apresurado por mejorar tanto los aspectos centrales de qué enseñar, como los referidos a cómo enseñar , siendo los trabajos de Polya centrados en el cómo enseñar; sin embargo entre tanto, la enseñanza de la matemática estaba sufriendo una profunda crisis. En las escuelas se continuaba implementando el aprendizaje memorístico tradicional y la práctica interminable de ejercicios básicos de fijación. Este proceso regresivo recibió el nombre de Back to Basic (regreso a lo básico).

Es importante considerar que este rechazo experimentador a finales de la década de los 60 y principios de los 70, propició el surgimiento de un nuevo movimiento reformista. En tal sentido, un grupo de figuras encabezadas por P. Halmos, Schoenfeld, Kilpatrick y Chevallard revolucionaron la enseñanza de la matemática durante la década de los 80.Uno de estos impulsores de esta nueva tendencia fue Lakatos quien en una de sus obras, resultado de su tesis doctoral expone el punto de vista cuasiempirísta de la Matemática; en esta misma línea de revolución matemática Schoenfeld aborda el concepto metacognición en el proceso de enseñanza y por último, en esa misma década Chevallard publica una obra que trata de la “transposición didáctica”, donde se estudia el paso que sufren los conocimientos matemáticos desde el marco discursivo donde ellos surgen, hasta llegar a constituirse como material de estudio en el ámbito docente–educativo

Posterior a este modelo se han generado otras descripciones del método de resolución de problemas y sus fases que es importante conocer, por un lado, se tiene las consideraciones hechas por Wallas (citado por Poggioli, 1999) según el cual para resolver un problema se debe pasar por las siguientes fases:

La preparación, que permite al solucionador analizar el problema y buscar la información al respecto para tratar de definirlo.

La incubación, donde el solucionador analiza el problema de manera inconsciente

La inspiración, que permite al solucionador vislumbrar la solución de manera inesperada.

La verificación donde el solucionador revisa la solución encontrada.

En este mismo orden de ideas, los trabajos desarrollados por Andre y Hayes (citado por Poggioli, 1999), permiten plantear las siguientes etapas en la resolución de un problema y que ayudan al solucionador a acercarse a la solución:

- Identificación de los datos y la meta del problema.

Pol. Con. (Edición núm. 41) Vol. 5, No 01, enero 2020, pp. 432-449 ISSN: 2550 - 682X

- Especificación del problema donde se describe de forma más precisa el problema.
- Análisis del problema para identificar la información relevante.
- Generación de la solución, considerando diferentes alternativas. Revisión de la solución para evaluar su factibilidad
- Selección de la solución factible
- Ejecución de la solución seleccionada.
- Nueva revisión de la solución, en caso de ser necesario

Otras de las adecuaciones hechas al método de resolución de problemas fue la propuesta por Majmutov (1983) quien desarrolló y sistematizó un sistema didáctico en las décadas del 60 y 70 en la antigua URSS, para lo cual estudió las experiencias de avanzada en su país, en el que define la metodología a seguir de lo que llamó "enseñanza problémica". Este nuevo movimiento no rechaza las tendencias anteriores, sino que los enriquece y sistematiza en una teoría muy amplia.

Con este sistema criticó la enseñanza tradicional, al expresar que ésta le ofrece al alumno, por lo general, los conocimientos ya hechos y elaborados, se le asigna un papel pasivo de simple receptor de conocimientos que después debe repetir, sin comprender plenamente cómo fue el proceso de búsqueda y construcción teórica que llevó a esos conocimientos.

En su sistema, Majmutov (1983) parte de concebir al alumno como un ente activo, por lo que debe realizar una actividad para poder apropiarse del conocimiento, y con ello desarrollar su intelecto. Primeramente, la considera como "...un sistema didáctico basado en las regularidades de la asimilación creadora de los conocimientos y forma de actividad que integra métodos de enseñanza y de aprendizaje, los cuales se caracterizan por tener los rasgos básicos de la búsqueda científica." (Majmutov, 1977; 65) Para lograr lo anterior, Majmutov parte de no brindar el conocimiento ya elaborado, sino que el docente refleje las contradicciones del fenómeno que se estudia, en forma de problema, motivando a los estudiantes por darle solución a través de métodos y razonamientos científicos.

En este sentido Majmutov define la enseñanza problémica como "...la actividad del maestro encaminada a la creación de un sistema de situaciones problémicas, a la exposición y a su explicación (…) y a la dirección de la actividad de los alumnos (…) en la asimilación de conocimientos nuevos, tanto en forma de conclusiones ya preparadas, como el planteamiento independiente de problemas docentes y su solución." (Majmutov, 1977; 266)

Es por ello que se concuerda con Majmutov en que el aprendizaje problémico es: "La actividad docente (…) de los alumnos encaminada a la asimilación de conocimientos (…) mediante la percepción de las explicaciones del docente en las condiciones de una situación problémica, el análisis independiente (o con la ayuda del docente) de situaciones problémicas, la formulación de problemas y su solución mediante el planteamiento de hipótesis, su demostración, así como mediante la verificación del grado de corrección de las soluciones." (Majmutov, 1977; 266)

Como se aprecia, existen muchas definiciones de enseñanza problémica. Algunos autores consideran que es un sistema, otros la definen como conjunto de acciones, proceso del conocimiento o actividad docente encaminada a la asimilación productiva de los conocimientos. Como se ha descrito anteriormente, muy pronto la práctica docente se ha encargado de ir ofreciendo información que permite ir mejorando o descartando algunas prácticas pedagógicas; es así como se ha encontrado en la literatura referente a la enseñanza "sobre" la resolución de problemas. La génesis de este segundo modelo es la teoría del procesamiento de la información, según la cual los estudiantes no son educados para descubrir los métodos por sí mismos, sino conducidos por el docente hacia la respuesta correcta. Sobre la base de muchos resultados, provenientes de diversos campos del saber humano (pedagogía, psicología, inteligencia artificial, antropología, neurofisiología, lingüística y filosofía), se ha elaboró un tercer paradigma: la enseñanza "a través" de la resolución de problemas. Aquí el propósito no reside en formar un imitador (enfoque "para") ni un procesador (enfoque "sobre"), sino un pensador activo.

Se considera que para enseñar la resolución de problemas en matemática se debe aplicar una metodología que ayude al estudiante a hallar la solución correcta de una manera comprensiva; para lograr esto es importante reconocer aspectos referentes al papel del docente y del alumno en este proceso, el proceso de formación del propio docente, el ambiente donde se desarrolle la práctica educativa, entre otros aspectos.

Toda esta revisión histórica, epistemológica, psicológica y pedagógica sobre la evolución de la enseñanza de la matemática basada en la resolución de problemas permite afirmar que ha venido existiendo una evolución en la enseñanza de la matemática desde su propia concepción como ciencia hasta su aplicación en contextos pedagógicos. Las experiencias en las aulas de clase han sido los principales laboratorios donde la teoría ha sido contrastada con la práctica con el objeto de mejorar y ampliar sus horizontes.

Conclusión

La resolución de problemas constituye el centro de la Matemática, para ello, es importante que los docentes conozcan lo que representa realmente un problema, las taxonomías que existen al respecto, sus características, etapas de resolución, así como también sobre las estrategias para su enseñanza. En tal sentido, no basta con presentar problemas matemáticos para que los educandos los resuelvan, se hace necesario darles un tratamiento adecuado, analizando las estrategias y técnicas de resolución utilizadas, dar oportunidad a cada estudiante de expresarse para conocer su modo de pensar ante las diversas situaciones que se le presentan, teniendo en cuenta que el estudiante no es un ser pasivo en el proceso de aprender.

Cada docente debe promover la asimilación e interiorización de conocimientos matemáticos en sus estudiantes, con el fin de que adapten esos conocimientos para resolver problemas que no les sean tan habituales, así como para plantearse otras cuestiones a partir de ellos. Se debe tener presente que la matemática no se aprende por transmisión directa de lo que explica el docente o de la información que se obtiene de los libros de texto; sino que se aprende en interacción con situaciones problemáticas las cuales obligan al estudiante a modificar su estructura cognitiva por el contacto con una multiplicidad de acciones que requieren distintas habilidades.

Referencias

1. Allyn, J. (2000) Un entretien avec Henri Cartan. Gazette des Mathématiciens, 84, p. 8
2. Balieiro, I. (2004) Arquimedes, Pappus, Descartes e Polya: Quatro episódios da história da heurística. Tese de Doutorado. Rio Claro: IGCE, UNESP Documento enlínea, Disponible en: http://www.biblioteca. unesp.br/bibliotecadigital/document/?did=2255
3. Castelnovo, E. (1966) Didattica della matemática. La Nouva Italia, Firenze.
4. Cruz, M. y Aguilar, A. (2001) Evolución de la Didáctica de la Matemática. Función Continua, 12 (II), 23–41.

5. Curcio (Ed.) Teaching and Learning: A problem Solving Focus (pp. 27–46). Reston, VA: NCTM.
6. Gascón, J. (1998) Evolución de la Didáctica de las Matemáticas como disciplina científica. Recherches en Didactique des Mathématiques, 18 (1), 7–34.
7. Kilpatrick, J. (1985) A retrospective account of the past twenty–five years of research on teaching mathematical problem solving. In E. Silver (Ed.): Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives (pp. 1–15). NY: Lawrence Erlbaum Associates.
8. Lakatos, I. (1976) Proofs and Refutations. Cambridge: Cambridge University Press.
9. Lipschiitz, R.,(2000) Gran referencia Anaya. 1ERA Edicción, Tomo 13. Biblograf. S.A. Barcelona España.
10. Netz, R. (2000) The origins of mathematical physics: new light on old question. Physics Today on the Web. Documento en línea. Disponible en: (http://aip.org/pt/june00/origins.htm
11. Pacheco(2005) El papel de las Matemáticas en la formación Matemática. Editorial ALEPH1
12. Poggioli, L. (1999). Estrategias de resolución de problemas. Serie enseñando a aprender. Caracas: Fundación Polar
13. Poincaré, H. (1945) The foundations of Science, University Press of America, Inc., pp. 383–394
14. Polya, G. y Szegö, G. (1960) Problems and Theorems in Analysis I, p. vii. Springer, New York.
15. Polya, G. (1965). “Cómo plantear y resolver problemas”. Ed. Trillas.
16. Ritter, J. (1989) Las fuentes del número. El Correo de la UNESCO, Noviembre, p. 16
17. Rizo, C. y Campistrous, L. (1999). Estrategias de resolución de problemas en la escuela. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 3(2), 31-45
18. Schoenfeld, A. H. (1987) A brief and biased history of problem solving, p. 28. In: F. R. Curcio (Ed.) Teaching and Learning: A problem Solving Focus. Reston, VA: NCTM.
19. Schoenfeld, A. H. (1987) A brief and biased history of problem solving. In: F. R.

20. Wyndhamn, J. (1993) Problem–Solving Revisited. On School Mathematics as a situated practice. Doctoral dissertation. Linköping Studies in Arts and Science, No. 98, p. 10. Linköping University, Sweden.

References

1. Allyn, J. (2000) An entertaining avec Henri Cartan. Gazette des Mathématiciens, 84, p. 8
2. Balieiro, I. (2004) Archimedes, Pappus, Descartes e Polya: Four episodes of heuristic history. Tese de Doutorado. Rio Claro: IGCE, UNESP Online document, Available at: http: //www.library. unesp.br/bibliotecadigital/document/?did=2255
3. Castelnovo, E. (1966) Didattica della mathematical. La Nouva Italy, Firenze.
4. Cruz, M. and Aguilar, A. (2001) Evolution of Mathematics Didactics. Continuous Function, 12 (II), 23–41.
5. Curcio (Ed.) Teaching and Learning: A problem Solving Focus (pp. 27–46). Reston, VA: NCTM.
6. Gascón, J. (1998) Evolution of Mathematics Teaching as a scientific discipline. Recherches in Didactique des Mathématiques, 18 (1), 7–34.
7. Kilpatrick, J. (1985) A retrospective account of the past twenty – five years of research on teaching mathematical problem solving. In E. Silver (Ed.): Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives (pp. 1–15). NY: Lawrence Erlbaum Associates.
8. Lakatos, I. (1976) Proofs and Refutations. Cambridge: Cambridge University Press.
9. Lipschiitz, R., (2000) Great reference Anaya. 1st Edition, Volume 13. Biblograf. S.A. Barcelona, Spain.
10. Netz, R. (2000) The origins of mathematical physics: new light on old question. Physics Today on the Web. Online document Available at: (http://aip.org/pt/june00/origins.htm
11. Pacheco (2005) The role of Mathematics in Mathematics training. ALEPH1 editorial
12. Poggioli, L. (1999). Problem solving strategies. Series teaching to learn. Caracas: Polar Foundation
13. Poincaré, H. (1945) The foundations of Science, University Press of America, Inc., pp. 383–394

14. Polya, G. and Szegö, G. (1960) Problems and Theorems in Analysis I, p. vii. Springer, New York.
15. Polya, G. (1965). "How to suggest and solve problems". Ed. Trillas.
16. Ritter, J. (1989) The sources of the number. The UNESCO Courier, November, p. 16
17. Rizo, C. and Campistrous, L. (1999). Problem solving strategies at school. Latin American Journal of Research in Educational Mathematics, 3 (2), 31-45
18. Schoenfeld, A. H. (1987) A brief and biased history of problem solving, p. 28. In: F. R. Curcio (Ed.) Teaching and Learning: A problem Solving Focus. Reston, VA: NCTM.
19. Schoenfeld, A. H. (1987) A brief and biased history of problem solving. In: F. R.
20. Wyndhamn, J. (1993) Problem – Solving Revisited. On School Mathematics as a situated practice. Doctoral dissertation. Linköping Studies in Arts and Science, No. 98, p. 10. Linköping University, Sweden.

Referências

1. Allyn, J. (2000) Um divertido com Henri Cartan. Gazette des Mathématiciens, 84, p. 8
2. Balieiro, I. (2004) Arquimedes, Pappus, Descartes e Polya: quatro episódios da história heurística. Tese de Doutorado. Rio Claro: IGCE, documento online UNESP, disponível em: http: //www.library. unesp.br/bibliotecadigital/document/?did=2255
3. Castelnovo, E. (1966) Didattica della matemático. La Nouva Itália, Firenze.
4. Cruz, M. e Aguilar, A. (2001) Evolução da Didática da Matemática. Função Contínua, 12 (II), 23–41.
5. Curcio (Ed.) Ensino e Aprendizagem: Um Problema na Solução de Foco (pp. 27–46). Reston, VA: NCTM.
6. Gascón, J. (1998) Evolução do ensino de matemática como disciplina científica. Recherches in Didactique des Mathématiques, 18 (1), 7–34.
7. Kilpatrick, J. (1985) Um relato retrospectivo dos últimos vinte e cinco anos de pesquisa no ensino da resolução de problemas matemáticos. Em E. Silver (Ed.): Ensinar e aprender a resolver problemas matemáticos: Múltiplas perspectivas de pesquisa (pp. 1-15). NY: Lawrence Erlbaum Associates.
8. Lakatos, I. (1976) Proofs and Refutations. Cambridge: Cambridge University Press.

9. Lipschiitz, R., (2000) Grande referência Anaya. 1ª Edição, Volume 13. Biblograf. S.A. Barcelona Espanha.
10. Netz, R. (2000) As origens da física matemática: nova luz sobre a questão antiga. Física hoje na Web. Documento online Disponível em: (http://aip.org/pt/june00/origins.htm
11. Pacheco (2005) O papel da Matemática no treinamento em Matemática. Editorial ALEPH1
12. Poggioli, L. (1999). Estratégias de resolução de problemas. Série ensinando a aprender. Caracas: Fundação Polar
13. Poincaré, H. (1945) Os fundamentos da Ciência, University Press of America, Inc., pp. 383-394
14. Polya, G. e Szegö, G. (1960) Problems and Theorems in Analysis I, p. vii. Springer, Nova Iorque.
15. Polya, G. (1965). "Como colocar e resolver problemas." Ed. Trillas.
16. Ritter, J. (1989) As fontes do número. O Correio da UNESCO, novembro, p. 16
17. Rizo, C. e Campistrous, L. (1999). Estratégias de resolução de problemas na escola. Revista Latino-Americana de Pesquisa em Matemática Educacional, 3 (2), 31-45
18. Schoenfeld, A.H. (1987) Uma história breve e tendenciosa da resolução de problemas, p. 28. In: F. R. Curcio (Ed.) Ensino e Aprendizagem: Um Problema na Resolução de Foco. Reston, VA: NCTM.
19. Schoenfeld, A.H. (1987) Uma história breve e tendenciosa da resolução de problemas. Em: F. R.
20. Wyndhamn, J. (1993) Problem - Solving Revisited. Na escola matemática como uma prática situada. Dissertação de doutorado. Estudos de Linköping em Artes e Ciência, nº 98, p. 10. Universidade de Linköping, Suécia.