



*Evaluación Comparativa entre los Métodos de Flujos de Potencia  
Gauss Seidel y Newton Raphson*

*Comparative Evaluation between Power Flow Methods  
Gauss Seidel and Newton Raphson*

*Avaliação Comparativa entre Métodos de Fluxo de Potência  
Gauss Seidel e Newton Raphson*

Franklin Carlos Reina-Perez <sup>1</sup>  
[franklin.reina.perez@utelvt.edu.ec](mailto:franklin.reina.perez@utelvt.edu.ec)  
<https://orcid.org/0000-0002-3234-4583>

**Correspondencia:** [franklin.reina.perez@utelvt.edu.ec](mailto:franklin.reina.perez@utelvt.edu.ec)

Ciencias Técnicas y Aplicadas  
Artículo de Investigación

\* **Recibido:** 23 de marzo de 2022 \* **Aceptado:** 12 de mayo de 2022 \* **Publicado:** 10 de junio de 2022

- I. Magíster en Gestión Ambiental, Ingeniero Eléctrico, Universidad Técnica Luis Vargas Torres (UTELVT), Esmeraldas, Ecuador.

## Resumen

El presente artículo presenta una estructura fácil de comprender de dos herramientas matemáticas elementales como son los métodos Gauss Seidel y Newton Raphson, utilizadas en ciencias eléctricas para la evaluación de estado estable de los sistemas eléctricos de potencia. Se revisaron y analizaron los fundamentos técnicos y académicos de ambos métodos y se procedió a efectuar una simulación en dos sistemas modelos de 4 y 9 barras, en cuyos resultados, se puede apreciar que ambos métodos son igual de confiables; no obstante, el método de Newton Rapshon presenta una menor cantidad de iteraciones para converger a la respuesta, esto indica su mayor eficiencia debido a sus características cuadradas de convergencia.

**Palabras Clave:** Flujos de Potencia; iteración; linealización; convergencia.

## Abstract

This article presents an easy-to-understand structure of two elementary mathematical tools such as the Gauss Seidel and Newton Raphson methods, used in electrical sciences for the evaluation of the steady state of electrical power systems. The technical and academic foundations of both methods were reviewed and analyzed and a simulation was carried out in two model systems of 4 and 9 bars, in whose results, it can be seen that both methods are equally reliable; however, the Newton Rapshon method presents a smaller number of iterations to converge to the answer, this indicates its greater efficiency due to its square convergence characteristics.

**Keywords:** Power flows; iteration; linearization; convergence.

## Resumo

Este artigo apresenta uma estrutura de fácil compreensão de duas ferramentas matemáticas elementares como os métodos de Gauss Seidel e Newton Raphson, utilizados em ciências elétricas para a avaliação do estado estacionário de sistemas elétricos de potência. Foram revistos e analisados os fundamentos técnicos e acadêmicos de ambos os métodos e foi realizada uma simulação em dois sistemas modelo de 4 e 9 barras, em cujos resultados se verifica que ambos os métodos são igualmente fiáveis; no entanto, o método Newton Rapshon apresenta menos iterações para convergir para a resposta, o que indica sua maior eficiência devido às suas características de convergência quadrada.

**Palavras-chave:** Fluxos de Energia; iteração; linearização; convergência.

## Introducción

Los sistemas eléctricos de potencia (SEP), se encuentran en constante expansión y modificación en su topología y arquitectura de red, debido a las permanentes mejoras y modificaciones a las que se deben someter con la finalidad de garantizar confiabilidad operacional. Por ello es necesario, conforme lo establece la IEEE-399-1997 en las prácticas recomendadas para análisis de sistemas de energía industriales y comerciales, efectuar estudios del comportamiento del sistema en estado estable o también denominado estacionario, conocidos como flujos de potencia o flujos de carga. El flujo de potencia o flujo de carga, es la denominación que se da a la solución de estado estacionario de un SEP, bajo ciertas condiciones preestablecidas de generación, carga y topología de la red[1]. El objetivo es encontrar los valores de módulo y ángulo de voltajes nodales en el sistema, así como el flujo de potencia y las pérdidas de potencia en la red [2]. El planteamiento analítico del flujo de potencia requiere de cuatro variables en cada barra o nodo del sistema. Los sistemas de ecuaciones que resultan del modelamiento matemático de un SEP, resultan ser no lineales y esa no linealidad, se debe a dos factores especialmente; en primer lugar, la relación de la potencia con el cuadrado de los voltajes y la segunda razón es, la presencia de funciones trigonométricas en los ángulos de voltajes [3]. Por lo anteriormente expuesto es necesario utilizar métodos numéricos iterativos que permitan resolver los sistemas de ecuaciones no lineales; los métodos de Gauss Seidel y Newton Raphson son los métodos más utilizados, el primero en el ámbito académico y el segundo más utilizado en el escenario práctico.

Debemos considerar que, para el estudio convencional de los sistemas eléctricos, el especialista siempre considera que la red se encuentra operando en forma balanceada, esta suposición podría ser válida generalmente para sistemas de transmisión y subtransmisión. En las redes eléctricas de distribución esta suposición no se cumple por lo general debido a que, este tipo de sistemas poseen parámetros de elementos de red y elementos de cargas desbalanceadas y ello implica utilizar metodologías de solución que incluyan estas variables y efectos [4].

Dentro de las principales contribuciones que presenta este artículo, son la sinterización de los fundamentos teóricos de los métodos antes citados; reafirmación de los argumentos y fundamentos para la modelación matemática del SEP aplicados a sistemas transmisión de energía eléctrica.

## Materiales y Métodos

Los sistemas eléctricos de potencia poseen características dinámicas, es decir, se encuentran en constante expansión y modificación en su topología y arquitectura de red, debido a las permanentes mejoras y modificaciones a las que se deben someter con la finalidad de garantizar confiabilidad operacional. Por ello es necesario conforme lo establecen las prácticas recomendadas en normativa IEEE-399-1997, para análisis de sistemas de energía industriales y comerciales, efectuar estudios del comportamiento del sistema eléctrico en estado estable o también denominado estacionario, conocidos como flujos de potencia o flujos de carga.

Para el proceso de modelación del sistema eléctrico, es muy importante considerar que tenemos tres tipos de barras o nodos.

En primer lugar, tenemos la denominada barra slack, barra oscilante o barra de referencia. Existe solo una de este tipo al plantear un flujo de potencia. Su magnitud y ángulo de fase del voltaje son conocidos, pero su potencia inyectada activa y reactiva son desconocidas. En esta barra se establece el balance de potencia final en el sistema, por ello su potencia inyectada es una variable desconocida; además el ángulo del voltaje de esta barra fija un ángulo en el SEP, es decir será su ángulo de referencia. La barra slack típicamente posee la fuente de generación más grande en el SEP, o en su defecto, uno que logre balancear la potencia final[5].

Las barras o nodos de generación, son conocidos como barras tipo P-V o nodos de voltaje controlado. Se conoce la magnitud de potencia activa y módulo del voltaje en barras, esto es debido a que la potencia activa puede ser controlada a través del sistema de regulación de velocidad del generador y la magnitud del voltaje se regula a través del sistema de excitación del generador. Cuando se mantiene la magnitud de voltaje constante en las terminales la potencia reactiva es un variable que se ajusta al valor requerido por el sistema. Las incógnitas son el ángulo del voltaje y la potencia reactiva total inyectada a la barra  $(Q, \theta)$ [6].

Finalmente tenemos las barras de carga denominadas como PQ y en las cuales se conocen las magnitudes de potencia activa y reactiva de demanda y se desconocen los valores de módulo y ángulo de voltaje.

Se utilizaron para la presente investigación, los modelos de prueba estandarizados de sistemas eléctricos de potencia de 4 barras tomado del libro de “ANÁLISIS DE SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA” de las páginas pp. 337-338 cuyos autores son John Grainger, Jr., William Stevenson y un modelo de prueba IEEE de 9 barras, sobre los cuales se aplicaron los métodos de solución iterativo para flujos de potencia de Gauss Seidel y Newton Raphson para establecer un

análisis comparativo de sus resultados utilizando, la herramienta de cálculo libre y gratuita MATPOWER.

### Método Gauss-Seidel

El método iterativo de Gauss-Seidel, se basa en un proceso de aproximaciones sucesivas para resolver sistemas de ecuaciones lineales compatibles determinados y requiere de la verificación de un criterio de convergencia comúnmente conocido como diagonal pesada[7]. Dada las características del método, puede ser aplicado para resolver tanto sistemas de ecuaciones lineales como no lineales. El método Gauss Seidel para flujos de potencia, es bastante robusto y confiable que brinda convergencia a sistemas de energía extremadamente complejos. Se requiere la matriz de admitancias de la barra del sistema y basa su aplicación en la ley de corriente de Kirchhoff [8]. En ocasiones este método no converge en algunos casos y en otros, el tiempo de computación resulta elevado ya que su velocidad de convergencia es baja y fuertemente dependiente del factor de aceleración elegido [9].

Básicamente Considerando que la ley de ohm establece que:

$$V=I*Z \quad (1)$$

Y tomando en cuenta que la relación impedancia y admitancia resulta:

$$Z=1/Y \quad (2)$$

Podemos sustituir 2 e 1 y obtenemos:

$$V=I \cdot 1/Y \quad (3)$$

$$I=V \cdot Y \quad (4)$$

Sobre lo cual podemos escribir que matricialmente las relaciones se expresan como:

$$I_{\text{barra}}=V_{\text{barra}} * Y_{\text{barra}} \quad (5)$$

Para un sistema de 4 barras para el SEP, podemos escribir el sistema de la siguiente forma:

$$I_{\text{barra}} = Y_{\text{barra}} * V_{\text{barra}} \quad (6)$$

El sistema de ecuación matricial estaría estructurado de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Considerando que potencia aparente es igual a:

$$S = V \cdot I^* \quad (8)$$

además:

$$S = P + jQ \quad (9)$$

Despejando I de (8) e igualando a (9), tenemos:

$$I = \frac{S^*}{V^*} = \frac{P - jQ}{V^*} \quad (10)$$

Si multiplicamos la matriz columna de voltaje por la matriz simétrica cuadrada de admitancia de (7) tenemos:

$$I_2 = V_1 Y_{21} + V_2 Y_{22} + V_3 Y_{23} + V_4 Y_{24} \quad (11)$$

$$I_3 = V_1 Y_{31} + V_2 Y_{32} + V_3 Y_{33} + V_4 Y_{34} \quad (12)$$

$$I_4 = V_1 Y_{41} + V_2 Y_{42} + V_3 Y_{43} + V_4 Y_{44} \quad (13)$$

Despejando  $V_2$  en (11) tenemos:

$$V_2 = \frac{I_2 - V_1 Y_{21} - V_3 Y_{23} - V_4 Y_{24}}{Y_{22}} \quad (14)$$

Considerando I de (10) como  $I_2$ , podemos escribir:

$$I_2 = \frac{S_2^*}{V_2^*} = \frac{P_2 - jQ_2}{V_2^*} \quad (15)$$

Reemplazando (15) en (14) tenemos:

$$V_2 = \frac{P_2 - jQ_2}{Y_{22} V_2^*} - \frac{V_1 Y_{21}}{Y_{22}} - \frac{V_3 Y_{23}}{Y_{22}} - \frac{V_4 Y_{24}}{Y_{22}} \quad (16)$$

De la misma manera para " $V_3$ " y " $V_4$ "

$$V_3 = \frac{P_3 - Q_3}{Y_{33} V_3^*} - \frac{V_1 Y_{31}}{Y_{33}} - \frac{V_2 Y_{32}}{Y_{33}} - \frac{V_4 Y_{34}}{Y_{33}} \quad (16)$$

$$V_4 = \frac{P_4 - Q_4}{Y_{44} V_4^*} - \frac{V_1 Y_{41}}{Y_{44}} - \frac{V_2 Y_{42}}{Y_{44}} - \frac{V_3 Y_{43}}{Y_{44}} \quad (17)$$

Para la potencia activa inyectada en la barra oscilante o slack tendríamos:

$$P_i = \sum_{k=1}^n |Y_{ik}| |V_i| |V_k| \cos(\theta_{ik} + \delta_k - \delta_i) \quad (18)$$

Para la potencia reactiva inyectada en la barra oscilante o slack tendríamos:

$$Q_i = - \sum_{k=1}^n |Y_{ik}| |V_i| |V_k| \sin(\theta_{ik} + \delta_k - \delta_i) \quad (19)$$

### Método Newton Raphson

Desde el punto de vista matemático, el método de Newton Raphson es un procedimiento algorítmico que permite hallar las raíces de funciones, conocido un valor numérico cercano a la raíz que en general que ofrece una muy rápida convergencia; es bastante útil para el cálculo de raíces cuadradas y de mayor grado [10]. En la actualidad este es el método iterativo más eficiente que se utiliza para el análisis de flujos de potencia en redes eléctricas, con alto nivel de convergencia confiable [11]. La linealización de las ecuaciones se basa en la expansión de las funciones no lineales en series de Taylor alrededor del punto de solución. La matriz Jacobiana es altamente dispersa y se adapta muy especialmente a la solución de problemas de flujo de potencia en sistema eléctricos, resultado de los métodos de sustitución inversa y triangulación ordenada resultando en la convergencia rápida y eficiente a la solución de flujo de potencia del SEP [12].

Considerando la potencia neta en una barra "i":

$$S_{\text{neta } i} = S_{Zi} - S_{Ci} = V I_i^* \quad (20)$$

La potencia activa estaría establecida como sigue:

$$P_i + jQ_i = V_i \sum_{j=1}^n Y_{ij}^* V_j^* \quad (21)$$

$$P_i = V_i \sum_{j=1}^n V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad (22)$$

La potencia reactiva

$$Q_i = V_i \sum_{j=1}^n V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} - B_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad (23)$$

La potencia activa:

$$\Delta P_i = P_i - V_i \sum_{j=1}^n V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad (24)$$

La potencia reactiva:

$$\Delta Q_i = Q_i - V_i \sum_{j=1}^n V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad (25)$$

Potencia residual activa y reactiva:

$$\Delta P = \max |P_i^{\text{calculada}} - P_i^{\text{programada}}| \quad (26)$$

(31)

$$\Delta Q = \max |Q_i^{\text{calculada}} - Q_i^{\text{programada}}| \quad (27)$$

El Sistema matricial considerando la matriz jacobiana se escribiría de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta |V| \end{bmatrix} \quad (28)$$

De forma ampliada las matrices columna de potencias, ángulos y magnitud de voltaje junto con la matriz jacobiana se escribiría:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \vdots \\ \Delta P_n \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \\ \vdots \\ \Delta Q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_n} & \frac{\partial P_2}{\partial |V_2|} & \frac{\partial P_2}{\partial |V_3|} & \frac{\partial P_2}{\partial |V_n|} \\ \frac{\partial P_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_3}{\partial \delta_n} & \frac{\partial P_3}{\partial |V_2|} & \frac{\partial P_3}{\partial |V_3|} & \frac{\partial P_3}{\partial |V_n|} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial P_n}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_n}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_n}{\partial \delta_n} & \frac{\partial P_n}{\partial |V_2|} & \frac{\partial P_n}{\partial |V_3|} & \frac{\partial P_n}{\partial |V_n|} \\ \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_3} & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_n} & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_2|} & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_3|} & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_n|} \\ \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_n} & \frac{\partial Q_3}{\partial |V_2|} & \frac{\partial Q_3}{\partial |V_3|} & \frac{\partial Q_3}{\partial |V_n|} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial Q_n}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_n}{\partial \delta_3} & \frac{\partial Q_n}{\partial \delta_n} & \frac{\partial Q_n}{\partial |V_2|} & \frac{\partial Q_n}{\partial |V_3|} & \frac{\partial Q_n}{\partial |V_n|} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \vdots \\ \Delta \delta_n \\ \Delta |V_2| \\ \Delta |V_3| \\ \vdots \\ \Delta |V_n| \end{bmatrix} \quad (30)$$

Obteniendo la inversa de la matriz jacobiana de (29), tenemos:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta |V| \end{bmatrix} \quad (30)$$

Para quedar de forma ampliada:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \vdots \\ \Delta P_n \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \\ \vdots \\ \Delta Q_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_n} & \frac{\partial P_2}{\partial |V_2|} & \frac{\partial P_2}{\partial |V_3|} & \frac{\partial P_2}{\partial |V_n|} \\ \frac{\partial P_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_3}{\partial \delta_n} & \frac{\partial P_3}{\partial |V_2|} & \frac{\partial P_3}{\partial |V_3|} & \frac{\partial P_3}{\partial |V_n|} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial P_n}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_n}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_n}{\partial \delta_n} & \frac{\partial P_n}{\partial |V_2|} & \frac{\partial P_n}{\partial |V_3|} & \frac{\partial P_n}{\partial |V_n|} \\ \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_3} & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_n} & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_2|} & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_3|} & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_n|} \\ \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_n} & \frac{\partial Q_3}{\partial |V_2|} & \frac{\partial Q_3}{\partial |V_3|} & \frac{\partial Q_3}{\partial |V_n|} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial Q_n}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_n}{\partial \delta_3} & \frac{\partial Q_n}{\partial \delta_n} & \frac{\partial Q_n}{\partial |V_2|} & \frac{\partial Q_n}{\partial |V_3|} & \frac{\partial Q_n}{\partial |V_n|} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \vdots \\ \Delta \delta_n \\ \Delta |V_2| \\ \Delta |V_3| \\ \vdots \\ \Delta |V_n| \end{bmatrix} \quad (31)$$

## Modelos de prueba

Los modelos de prueba que se utilizaron en la presente investigación corresponde a los establecidos por la IEEE con esquemas de 4 y 9 barras las cuales se describen a continuación.

### Datos de sistema 4 barras

Figura 1: Diagrama unifilar sistema de 4 barras

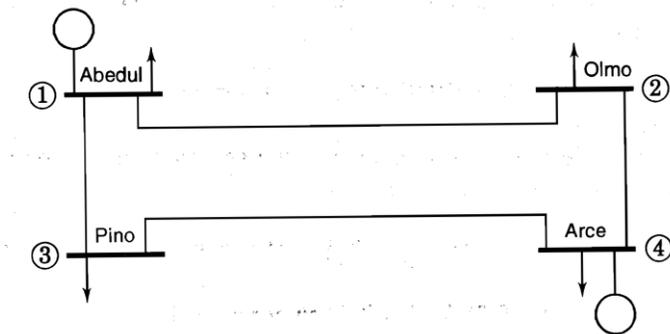


Tabla 1: Datos de Impedancia del sistema

fbus	tbus	r	x	b	rateA	rateB	rateC	status	angmin	angmax
1	2	0.01008	0.0504	0.1025	250	250	250	1	-360	360;
1	3	0.00744	0.0372	0.0775	250	250	250	1	-360	360;
2	4	0.00744	0.0372	0.0775	250	250	250	1	-360	360;
3	4	0.01272	0.0636	0.1275	250	250	250	1	-360	360;

Tabla 2: Datos de Generación del Sistema

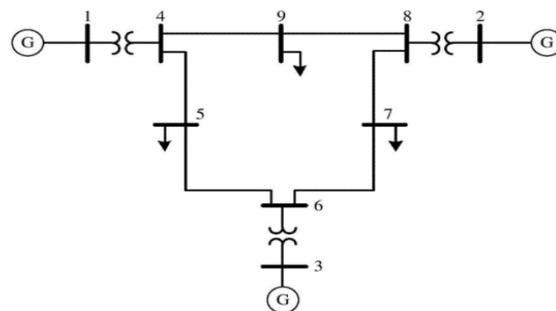
DATOS DE GENERACIÓN										
bus	Pg	Qg	Qmax	Qmin	Vg	mBase	status	Pmax	Pmin	Pc1
4	318	0	100	-100	1.02	100	1	318	0	0
1	0	0	100	-100	1	100	1	0	0	0

Tabla 3: Datos de Barras del Sistema

Barra	Tipo	Pd	Qd	Gs Bs	área	Vm	Va	baseKV	zona	Vmax	Vmin
1	3	50	30.99	0	1	1	0	230	1	1.1	0.9
2	1	170	105.35	0	1	1	0	230	1	1.1	0.9
3	1	200	123.94	0	1	1	0	230	1	1.1	0.9
4	2	80	49.58	0	1	1	0	230	1	1.1	0.9

## Datos de sistema 9 barras

Figura 1: Diagrama unifilar sistema de 4 barras



**Tabla 4:** Datos de Impedancia del sistema

Desde	Hasta	R	X	b	rateA	rateB	rateC	status	angmin	angmax
1	4	0	0.0576	0	250	250	250	1	-360	360;
4	5	0.017	0.092	0.158	250	250	250	1	-360	360;
5	6	0.039	0.17	0.358	150	150	150	1	-360	360;
3	6	0	0.0586	0	300	300	300	1	-360	360;
6	7	0.0119	0.1008	0.209	150	150	150	1	-360	360;
7	8	0.0085	0.072	0.149	250	250	250	1	-360	360;
8	2	0	0.0625	0	250	250	250	1	-360	360;
8	9	0.032	0.161	0.306	250	250	250	1	-360	360;
9	4	0.01	0.085	0.176	250	250	250	1	-360	360;

**Tabla 5:** Datos de Generación del Sistema

BARRA	Pg	Qg	Qmax	Qmin	Vg	mBase	status	Pmax	Pmin
1	72.3 27.03	300	-300	1.04	100	1	250	10	0
2	163	6.54	300	-300	1.025	100	1	300	10
3	85	-10.95	300	-300	1.025	100	1	270	10

**Tabla 6:** Datos de Barras del Sistema

bus_i	type	Pd	Qd	Gs/Bs	area	Vm	Va	baseKV	zone	Vmax	Vmin
1	3 (slack)	0	0	0	1	1	0	345	1	1.1	0.9;
2	2	0	0	0	1	1	0	345	1	1.1	0.9;
3	2	0	0	0	1	1	0	345	1	1.1	0.9;
4	1	0	0	0	1	1	0	345	1	1.1	0.9;
5	1	90	30	0	1	1	0	345	1	1.1	0.9;
6	1	0	0	0	1	1	0	345	1	1.1	0.9;
7	1	100	35	0	1	1	0	345	1	1.1	0.9;
8	1	0	0	0	1	1	0	345	1	1.1	0.9;
9	1	125	50	0	1	1	0	345	1	1.1	0.9;

Barra tipo 3= Slack.

Barra tipo 2= PV.

Barra tipo 1= Carga.

## Análisis y discusión de resultados

## Resultados de cálculos de flujos de potencia

Tabla 7: Comparación de resultados por iteración

COMPARACIÓN NÚMERO DE ITERACIONES				
	SISTEMA DE 4 BARRAS		SISTEMA DE 9 BARRAS	
	GAUSS SEIDEL	NEWTON RAPHSON	GAUSS SEIDEL	NEWTON RAPHSON
Número de Iteraciones	28	3	210	4
Tiempo (seg)	0,04	0,08	1,3	0,1

Tabla 8: Pérdidas de Potencia en el Sistema de 4 barras

PÉRDIDAS DE POTENCIA EN EL SISTEMA DE 4 BARRAS.					
Desde Barra	Hasta Barra	GAUSS SEIDEL		NEWTON RAPHSON	
		Pérdidas en Líneas		Pérdidas en Líneas	
		MW	Mvar	MW	Mvar
1	2	0,227	1,130	0,227	1,130
1	3	1,031	5,160	1,031	5,160
2	4	1,715	8,580	1,715	8,580
3	4	1,835	9,180	1,835	9,180
<b>SUBTOTAL</b>		<b>4,81</b>	<b>24,05</b>	<b>4,81</b>	<b>24,05</b>

Tabla 9: Voltajes en sistema de 4 barras

VOLTAJE EN SISTEMA DE 4 BARRAS				
No BARRA	GAUSS SEIDEL		NEWTON REPHSON	
	MAGNITUD VOLTAJE	ÁNGULO DE VOLTAJE	MAGNITUD VOLTAJE	ÁNGULO DE VOLTAJE
1	1,000	0,000	1,000	0,000
2	0,982	-0,976	0,982	-0,976
3	0,969	-1,872	0,969	-1,872
4	1,020	1,523	1,020	1,523

Tabla 10: Pérdidas de potencia en el sistema de 9 barras.

PÉRDIDAS DE POTENCIA EN EL SISTEMA DE 9 BARRAS.						
#	Desde Barra	Hasta Barra	GAUSS SEIDEL		NEWTON RAPHSON	
			Pérdidas en Líneas		Pérdidas en Líneas	
			MW	Mvar	MW	Mvar
1	1	4	0,000	3,120	0,000	3,120
2	4	5	0,166	0,900	0,166	0,900

3	5	6	1,354	5,900	1,354	5,900
4	3	6	0,000	4,100	0,000	4,100
5	6	7	0,088	0,750	0,088	0,750
6	7	8	0,475	4,030	0,475	4,030
7	8	2	0,000	15,830	0,000	15,830
8	8	9	2,300	11,570	2,300	11,570
9	9	4	0,258	2,190	0,258	2,190
<b>SUBTOTAL</b>			4,641	48,39	4,641	48,39

**Tabla 11:** Voltajes en sistema de 9 barras.

<b>VOLTAJE EN SISTEMA DE 9 BARRAS</b>				
<b>BARRA</b>	<b>GAUSS SEIDEL</b>		<b>NEWTON RAPHSON</b>	
	<b>MAGNITUD VOLTAJE</b>	<b>ÁNGULO DE VOLTAJE</b>	<b>MAGNITUD VOLTAJE</b>	<b>ÁNGULO DE VOLTAJE</b>
1	1,040	0,000	1,040	0,000
2	1,025	9,280	1,025	9,280
3	1,025	4,665	1,025	4,665
4	1,026	-2,217	1,026	-2,217
5	1,013	-3,687	1,013	-3,687
6	1,032	1,967	1,032	1,967
7	1,016	0,728	1,016	0,728
8	1,026	3,720	1,026	3,720
9	0,996	-3,989	0,996	-3,989

Es evidente que ambos métodos permiten resolver los sistemas de ecuaciones no lineales de un SEP de tal manera, en ambos métodos los resultados son similares pues no se aprecian diferencias sustanciales en los valores de módulos de voltajes en barras y sus ángulos, valores de potencia inyectada en la barra oscilante o slack así como los flujos de potencia y pérdidas en el sistema.

Se puede apreciar conforme a los resultados, que el número de iteraciones necesarias para llegar a la convergencia que satisfagan los valores de tolerancia establecidos, resultan ser menores en el método Newton Raphson comparados con el método Gauss Seidel. A más de ello se aprecia, que en el método de Newton Raphson, el número de iteraciones para llegar a los resultados es casi independiente del tamaño del SEP.

Dentro del análisis resultante de la matriz de admitancia del sistema, puede apreciarse que se confirman las propiedades de la matriz de admitancia como el hecho que resulta, ser de tipo simétrica y cuadrada, así como también que, en sistemas muy grandes, la matriz de admitancia

tendrá como característica ser altamente dispersa, es decir con muy pocos elementos distintos de cero por lo que, podría resultar algo más complicado encontrar su inversa  $Z_{barra}$ .

## Conclusiones

De no existir al menos un elemento enlazado a la barra de referencia, la matriz de admitancia del SEP sería de tipo singular, para lo cual su inversa no estaría definida.

El método de Newton Raphson requiere menor cantidad de interacciones para llegar a la convergencia en comparación con el método Gauss Seidel.

En el método de Newton Raphson, el número de iteraciones para llegar a los resultados es casi independiente del tamaño del SEP, debido a sus características cuadradas de convergencia.

El tamaño del sistema afecta en el número de iteraciones del método Gauss Seidel, lo que lo hace demandar mayor cantidad de memoria y recursos.

## Referencias

1. G. Argüello Ríos, "Análisis y control de sistemas eléctricos de potencia," ed, 2007.
2. J. J. Grainger and W. D. Stevenson, "Análisis de sistemas de potencia," 1996.
3. J. J. Ibarra, G. C. Flores, and G. C. J. R. P. Celi, "Flujo de potencia por newton-raphson con el jacobiano calculado en las ecuaciones de errores de potencia," vol. 33, no. 1, 2014.
4. J. Izquierdo Franco, "Estudio de flujos de potencia y análisis de fallas en sistemas eléctricos de distribución radial," Universidad Autónoma de Nuevo León, 2002.
5. B. J. J. O. Peña, "FORMULACIÓN E IMPLEMENTACIÓN DE LA BARRA SLACK DISTRIBUIDA EN EL MÉTODO DE FLUJO DE POTENCIA BASADO EN INCRUSTACIÓN HOLOMORFA, MEDIANTE LA ELIMINACIÓN DEL TÉRMINO DE LA POTENCIA REACTIVA PARA LA BARRA SLACK."
6. A. A. Hernández, "ANÁLISIS DE FLUJOS DE POTENCIA," UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ZACATECAS, 2013.
7. C. R. J. Javier, G. C. M. Eduardo, P. M. V. Damián, S. M. Alfonso, and T. P. V. Hugo, "Métodos iterativos de Jacobi y Gauss-Seidel."
8. G. Gilbert, D. Bouchard, and A. Chikhani, "A comparison of load flow analysis using DistFlow, Gauss-Seidel, and optimal load flow algorithms," in Conference

- Proceedings.IEEE Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering (Cat. No. 98TH8341), 1998, vol. 2, pp. 850-853: IEEE.
9. H. S. Hardy and S. M. Poblete, "Cálculo del flujo de potencia en sistemas eléctricos por el método Gauss Seidel-matriz impedancia de barras," 2020.
  10. J. E. V. Cantero, "Método de Newton Raphson."
  11. M. Fikri, B. Cheddadi, O. Sabri, T. Haidi, B. Abdelaziz, and M. Majdoub, "Power flow analysis by numerical techniques and artificial neural networks," in 2018 Renewable Energies, Power Systems & Green Inclusive Economy (REPS-GIE), 2018, pp. 1-5: IEEE.
  12. P. Murty, Power systems analysis. butterworth-heinemann, 2017.

© 2022 por los autores. Este artículo es de acceso abierto y distribuido según los términos y condiciones de la licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional (CC BY-NC-SA 4.0) (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>).