



Modelo matemático para la optimización de la línea de producción de bebidas naturales a base de penca de tuna

Mathematical model for the optimization of the production line of natural drinks based on penca de prickly pear

Modelo matemático para a otimização da linha de produção de bebidas naturais à base de figo-da-índia

Sayuri Monserrath Bonilla-Novillo ^I
smbonilla@esepoch.edu.ec
<https://orcid.org/0000-0002-6382-9698>

Jenny Margoth Villamarín-Padilla ^{II}
j_villamarin@esepoch.edu.ec
<https://orcid.org/0000-0002-1083-9243>

Luis Fernando Pérez-Chávez ^{III}
lperez@unach.edu.ec
<https://orcid.org/0000-0002-3540-6997>

Huber Fabrizio Arévalo-Caicho ^{IV}
huberfabrizio93@outlook.com
<https://orcid.org/0000-0002-3823-4377>

Correspondencia: smbonilla@esepoch.edu.ec

Ciencias Técnicas y Aplicadas
Artículo de Investigación

* **Recibido:** 23 de mayo de 2022 * **Aceptado:** 12 de junio de 2022 * **Publicado:** 25 de julio de 2022

- I. Magíster en Matemática mención Modelación y Docencia, Magíster en Gestión Industrial y Sistemas Productivos, Ingeniera Mecánica, Docente de la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo, Riobamba, Ecuador
- II. Magíster en Matemática Básica, Doctora en Matemática, Docente de la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo, Riobamba, Ecuador
- III. Doctor dentro del Programa de Doctorado en Innovación Didáctica y Formación del Profesorado, Magíster en Matemática Básica, Licenciado en Ciencias de la Educación, Profesor de Enseñanza Media en la Especialización de Matemática y Física, Docente de la Universidad Nacional de Chimborazo, Riobamba, Ecuador
- IV. Investigador Independiente, Riobamba, Ecuador.

Resumen

Esta investigación contempla el desarrollo de un modelo matemático para la optimización de la línea de producción de bebidas naturales a base de la penca de tuna. La investigación es del tipo cuantitativa descriptiva, pues se obtuvieron datos medibles que caracterizaron la situación actual de la producción lo que permitió identificar el problema el mismo que fue solucionado mediante el desarrollo de un modelo matemático. La metodología aplicada inicializó con el análisis del proceso productivo, identificando actividades, insumos, materia prima, tiempos y costos, luego se desarrolló el modelo matemático para lo cual se planteó las variables de decisión, restricciones y la función objetivo. Con el modelo matemático obtenido se estableció un diagrama de flujo para el proceso productivo propuesto, y se validó el modelo matemático con un nuevo análisis de costos y con indicadores de productividad, con lo cual se comprobó la optimización en la línea de producción.

Palabras Clave: Modelo matemático; Optimización; Línea de producción; Indicadores de productividad; Variables de decisión.

Abstract

This research contemplates the development of a mathematical model for the optimization of the production line of natural drinks based on the prickly pear. The research is of the descriptive quantitative type, since measurable data were obtained that characterized the current situation of production, which allowed the identification of the same problem that was solved through the development of a mathematical model. The applied methodology began with the analysis of the production process, identifying activities, inputs, raw materials, times and costs, then the mathematical model was developed for which the decision variables, restrictions and the objective function were proposed. With the mathematical model obtained, a flow diagram was established for the proposed production process, and the mathematical model was validated with a new cost analysis and productivity indicators, with which the optimization in the production line was verified.

Keywords: Mathematical model; Optimization; Production line; Productivity indicators; Decision variables.

Resumo

Esta pesquisa contempla o desenvolvimento de um modelo matemático para a otimização da linha de produção de bebidas naturais à base de figo-da-índia. A pesquisa é do tipo quantitativo descritivo, pois foram obtidos dados mensuráveis que caracterizaram a situação atual da produção, o que permitiu a identificação do mesmo problema que foi resolvido por meio do desenvolvimento de um modelo matemático. A metodologia aplicada iniciou-se com a análise do processo produtivo, identificando atividades, insumos, matérias-primas, tempos e custos, depois foi desenvolvido o modelo matemático para o qual foram propostas as variáveis de decisão, restrições e a função objetivo. Com o modelo matemático obtido, foi estabelecido um fluxograma para o processo de produção proposto, e o modelo matemático foi validado com uma nova análise de custos e indicadores de produtividade, com os quais se verificou a otimização na linha de produção.

Palavras-chave: Modelo matemático; Otimização; Linha de produção; Indicadores de produtividade; Variáveis de decisão.

Introducción

Los procesos de producción en las industrias de alimentos y bebidas conforman un conjunto de actividades necesarias para la elaboración de productos alimenticios, desde la recepción de la materia prima hasta la distribución del producto final, con el fin de satisfacer al cliente no solo en sus gustos y preferencias, sino también en la cantidad que cada uno requiera y en el menor tiempo posible. (Gavilanes, 2018)

A nivel mundial, las industrias de alimentos y bebidas se encuentran en un entorno cada vez más competitivo, el cual les exige la búsqueda, el desarrollo y la utilización de herramientas enfocadas a diseñar u optimizar métodos que mejoren la producción de manera eficiente y eficaz, siempre con la meta de satisfacer las necesidades del cliente. (Possehl, 2020).

En nuestro país este tipo de industrias tienen una gran representatividad, debido a su intensa diversificación en la implantación de instalaciones, tecnología, maquinaria, además de ser un sector generador de empleos, y que forma parte de un mercado dinámico y cambiante a partir de determinados requerimientos del consumidor, por lo que deben garantizar productos inocuos, seguros y de calidad que preserven la salud de la población. (Gavilanes, 2018). En la provincia de Chimborazo, cantón Guano existe una empresa dedicada a la elaboración de productos obtenidos

a partir del fruto y de la penca de tuna, tales como mermeladas, jugos y refrescos, cuyo mercado principal se encuentra en los cantones Guano y Riobamba, para satisfacer los requerimientos de sus clientes la empresa debe optimizar su línea de producción, es por ello que resulta necesario la aplicación de técnicas o métodos que permitan controlar la producción, optimizando sus procesos, minimizando tiempos, aumentando la producción y/o minimizando costos.

En la optimización de los procesos productivos se encuentran diversas variables complejas que deben ser consideradas en la toma de decisiones para una adecuada planeación de la producción, ya sea que se busque minimizar costos, maximizar la capacidad de producción, minimizar tiempos de producción, etc. Es entonces que para analizar estas variables complejas y dar solución a este tipo de problemas se emplean Modelos Matemáticos, los mismos que involucran todas las variables existentes, relacionándolas entre sí, y enmarcando la técnica de programación lineal para así lograr la optimización. (Velásquez, et. al, 2017)

Los modelos matemáticos son una representación matemática simplificada de una situación compleja, facilitan la comprensión y estudian el comportamiento de un sistema, convirtiéndose en una herramienta de ayuda para la toma de decisiones, se fundamenta en un conjunto de procesos estructurados e interpreta la realidad (Ramos, Sánchez, Ferrer, Barquín, & Linares, 2010). Los modelos matemáticos utilizan fórmulas matemáticas para describir la relación entre variables de decisión, restricciones y objetivos. (Toro, 2001)

La modelación matemática es el intento de describir el mundo real, mediante la abstracción de eventos naturales en términos matemáticos, utiliza ecuaciones o inecuaciones, donde las variables son la representación de las diferentes posibilidades de un conjunto de respuestas (Alemán Romero, Brito Vallina, Fraga Guerra, Para García, & Arias de Tapia, 2011).

La Investigación de Operaciones es la aplicación de métodos científicos para mejorar la efectividad de las operaciones y decisiones, basándose en la construcción de un modelo matemático que representa al sistema con el cual se pueden predecir y comparar resultados de diferentes estrategias para tomar las decisiones adecuadas (Krastek, 2012). La Investigación de Operaciones es muy utilizada en la industria ya que permite la optimización de los sistemas de producción (Ocampo & Tabares Pineda, 2012).

Metodología

Investigación y Métodos

La investigación tiene un enfoque cuantitativo, ya que se recopilan datos medibles, que posteriormente serán analizados; de tipo exploratoria pues se identificó de forma precisa el problema y luego de la recolección de datos se plantea la solución al problema mediante un modelo matemático; el método aplicado es el descriptivo, ya que se caracterizó la situación actual de la línea de producción detallando actividades, tiempo, maquinaria que necesita cada componente para obtener el producto final, así como también se realizó un análisis de costos; la técnica utilizada fue la observación, aplicada al proceso productivo in situ.

Desarrollo metodológico

La unidad de estudio fue una empresa procesadora y comercializadora de bebidas naturales a base de la penca de tuna; se encuentra ubicada en el cantón Guano, provincia de Chimborazo, y elabora 3 tipos de productos: mermeladas, jugos y refresco (tónico de tuna), para esta investigación se ha escogido el proceso de producción del tónico de tuna.

Análisis de la situación actual

De acuerdo con la demanda local del tónico de la tuna, la empresa produce un día a la semana 100 litros de tónico, cuyo proceso de producción se realiza en aproximadamente 5 horas, es decir a una razón promedio de 20 litros/hora, sin tomar en cuenta un tiempo de reposo para macerar preasignado por la empresa de 18 horas, posteriormente se procede a envasarlo y sellarlo. (Adriano y Ayala, 2014), en un estudio de mercado indican que la demanda esperada en un periodo de 5 años es de 262 litros diarios, por lo que se tendría una demanda insatisfecha, debido a que dentro de su proceso existen tiempos improductivos como resultado de la existencia de actividades innecesarias, procesos no estandarizados y factores que limitan la productividad, provocando que el proceso sea ineficiente, generando baja rentabilidad en la empresa, costos de producción elevados y la calidad del producto puede verse afectada.

En el análisis de la situación actual del proceso productivo se tiene:

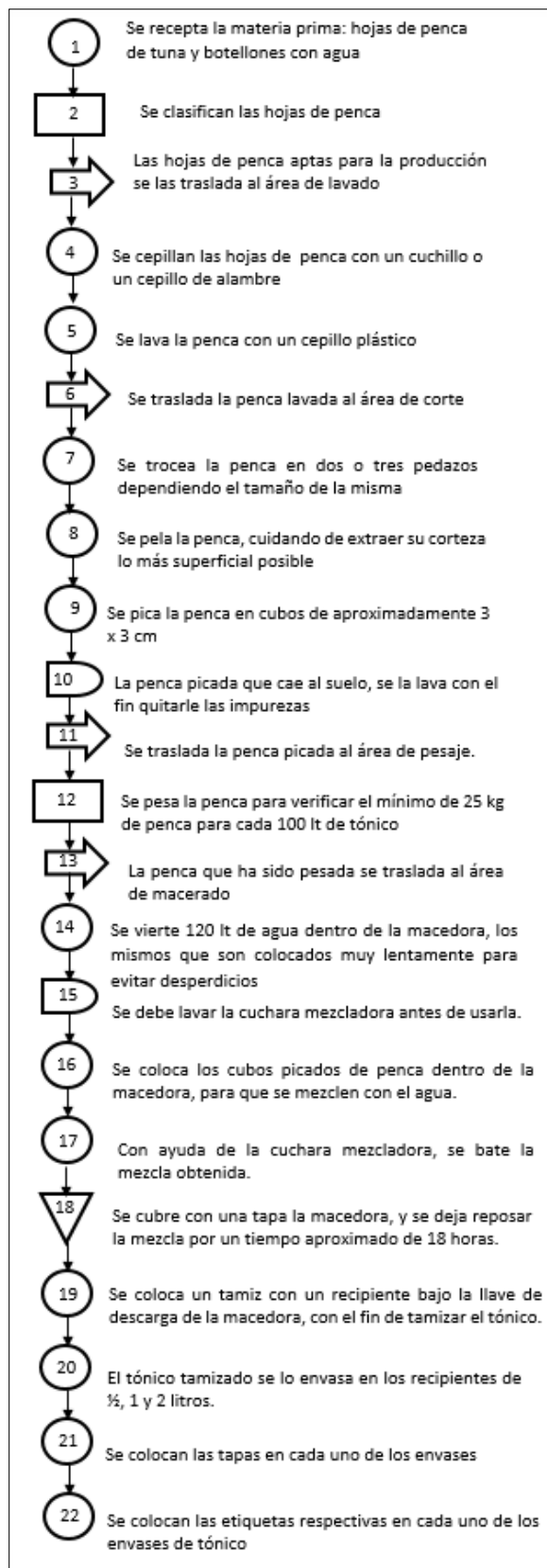


Figura 1. Diagrama de flujo del proceso productivo actual

Tabla 1. Descripción de detalles observados en las actividades seleccionadas

ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN	MATERIALES Y HERRAMIENTAS	OPERARIO	TIEMPO BÁSICO T.B (seg)
Clasificación de la penca	La materia prima receptada antes de ser lavada, tiene que clasificarse, con el fin de utilizar las hojas de penca aptas para la producción, es decir aquellas que no estén: ni muy tiernas, ni muy maduras, golpeadas, aplastadas, rotas, picadas o secas.	Guantes de látex	2	422,99
Troceado de la penca	El operario debe trocear la penca, para facilitar su pelado. De acuerdo al tamaño de la penca es el número de pedazos a trocear, generalmente va de dos a tres trozos. Este proceso se lo realiza en el área de corte con la ayuda de un cuchillo.	Guantes de látex Cuchillo Mesa de acero inoxidable	2	867,41
Pelado de la penca	El operario pela la penca troceada, empezando por los bordes de la penca, para luego continuar por las bases. El proceso de pelado exige esfuerzo y habilidad, ya que el operario debe extraer la corteza lo más superficial posible, para así evitar desperdicios de materia prima.	Guantes de látex Cuchillo Mesa de acero inoxidable	2	3633,73
Picado de la penca	Los trozos de penca pelada se los coloca sobre la mesa de corte, y con la ayuda de un cuchillo se procede a picarla en pedazos de aproximadamente de 3 cm x 3 cm. En esta actividad suelen caer trozos de materia prima al suelo, la cual no debe ser desechada.	Guantes de látex Cuchillo Mesa de acero inoxidable	2	3455,37
Lavado de la cuchara mezcladora	La cuchara mezcladora se lava con la ayuda de agua, jabón y estropajo.	Agua Jabón Estropajo	1	117,65
Lavado de la penca picada	La penca que se cae de la mesa de corte debe ser recogida y lavada para así poder agregarla en la materia prima apta. Se la lava únicamente con agua para desechar las impurezas que pudo adquirir en el suelo.	Agua Guantes de látex Recipiente pequeño	2	98,6
Traslado de la penca al área de lavado	La penca que es apta para la producción del tónico se la traslada desde el punto de recepción al área de lavado. Este proceso el operario lo realiza aproximadamente 10 veces dependiendo del número de pencas que pueda trasladar en sus manos, la distancia de traslado es de 50 cm.		2	62,78
Traslado de la penca lavada	La penca lavada se traslada desde el área de lavado hacia el área de corte, una distancia de 2099 cm. Se ubica las hojas de penca en una tina para facilitar su traslado.	Tina plástica de 46 x 30 x 35 cm	1	127,59
Traslado de la penca picada al área de pesaje	La penca picada se la coloca en un recipiente adecuado para su traslado desde el área de corte hacia el área de pesaje, una distancia de 100 cm. El peso aproximado de la penca en el recipiente es de 25 a 28 kg.	Tina plástica de 46 x 30 x 35 cm	1	40,98
Preparación del agua	Los 120 lt de agua se los debe verter en la maceradora, esta actividad se la realiza lentamente para evitar desperdicios y accidentes.	Botellones con agua	1	300,24
Envasado del tónico	El tónico tamizado se coloca en un recipiente plástico, y con la ayuda de un embudo se vierte el tónico en cada uno de los envases de 1/2, 1 y 2 lt.	Recipiente plástico, embudo, envases plásticos de 1/2, 1 y 2 lt.	1	2081,66

Se realiza un análisis de ingresos y egresos semanales, mensuales y anuales; para la producción semanal se considera el único día de producción en el que se realizan 100 l de tónico de tuna cuyo tiempo aproximado de producción es de 5 horas.

Tabla 2. Ingresos actuales semanales

INGRESOS				
Descripción	Unidad	Costo x unidad (\$)	Número de Unidades	Costo Total (\$)
Tónico 2lt	u	2,00	40	80,00
Tónico 1 lt	u	1,50	8	12,00
Tónico 1/2 lt	u	1,00	8	8,00
TOTAL DE INGRESOS (\$):				100,00

Tabla 3. Egresos actuales semanales

EGRESOS				
Descripción	Unidad	Costo x unidad (\$)	Número de Unidades	Costo Total (\$)
Mano de obra				
Operario 1	hora	2,40	5	12,00
Operario 2	hora	2,40	5	12,00
Total (\$):				24,00
Materia Prima e Insumos				
Botellón con agua (20 lt)	u	1,75	6	10,50
Penca de tuna pelada	kg	0,03	25	0,75
Envases 1/2 lt	u	0,15	8	1,20
Envases 1 lt	u	0,25	8	2,00
Envases 2 lt	u	0,35	40	14,00
Etiquetas	u	0,10	56	5,60
Útiles de aseo	-	-	-	1,00
Total (\$):				35,05
Costos de Producción:				\$ 59,05
Transporte				
Trasporte	-	-	-	5,00
Servicios Básicos				
Luz, agua y teléfono	-	-	-	0,00
Arrendamiento				
Arriendo	-	-	-	0,00

Tabla 4. Estado de resultados con el método actual

ESTADO DE RESULTADOS				
	SEMANAL	MENSUAL	ANUAL	
Ingresos por ventas del tónico de la Tuna	\$ 100,00	\$ 400,00	\$ 4.800,00	
Costos de producción (-)	\$ 59,05	\$ 236,20	\$ 2.834,40	
Utilidad Bruta	\$ 40,95	\$ 163,80	\$ 1.965,60	
Gastos de operación (-)	\$ -	\$ -	\$ -	
Gastos administrativos (-)	\$ -	\$ -	\$ -	
Costos de distribución (-)	\$ 5,00	\$ 20,00	\$ 240,00	
Utilidad Operacional	\$ 35,95	\$ 143,80	\$ 1.725,60	
Impuesto sobre la renta	\$ -	\$ -	\$ -	
UTILIDAD NETA	\$ 35,95	\$ 143,80	\$ 1.725,60	

Modelo Matemático

Modelo Matemático que describe la Situación Actual

Se toma como base la producción de 100 litros en 5 horas.

Variables de decisión:

x_1 : Cantidad de envases de 2 litros de vita tuna que se deben vender

x_2 : Cantidad de envases de 1 litro de vita tuna que se deben vender

x_3 : Cantidad de envases de 1/2 litro de vita tuna que se deben vender

Lo que se busca es maximizar los ingresos por la venta de envases, sabiendo que el precio de venta de \$2, \$1,5 y \$1 por envase de 2lt, 1lt y 1/2lt respectivamente.

Función Objetivo:

Maximizar

$$z = 2x_1 + 1,5x_2 + x_3$$

Restricciones:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 56$$

El costo por hora de producción de 20lts es de \$2,4, el costo por hora de producir un litro será de \$0,12:

$$0,24x_1 + 0,125x_2 + 0,06x_3 \leq 24$$

Se consumen 120 litros de agua a un costo de \$10,50, por lo que se deduce que el costo por litro es de \$0,0875:

$$0,175x_1 + 0,0875x_2 + 0,0438x_3 \leq 10,50$$

Costo de envase más etiqueta:

$$0,45x_1 + 0,35x_2 + 0,25x_3 \leq 22,8$$

Cantidad de penca pelada /Litro

25Kg producen 92 litros de contenido, por tanto, se tiene 0,272Kg/lt. En consecuencia, el costo de penca pelada por litro es de \$0,00816

$$0,01632x_1 + 0,00816x_2 + 0,00408x_3 \leq 0,75$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

En resumen:

x_1 : Cantidad de envases de 2 litros de vita tuna que se deben vender

x_2 : Cantidad de envases de 1 litro de vita tuna que se deben vender

x_3 : Cantidad de envases de 1/2 litro de vita tuna que se deben vender

Maximizar:

$$z = 2x_1 + 1,5x_2 + x_3$$

Sujeta a:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 56$$

$$0,24x_1 + 0,125x_2 + 0,06x_3 \leq 24$$

$$0,175x_1 + 0,0875x_2 + 0,0438x_3 \leq 10,50$$

$$0,45x_1 + 0,35x_2 + 0,25x_3 \leq 22,8$$

$$0,01632x_1 + 0,00816x_2 + 0,00408x_3 \leq 0,75$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Modelo Matemático que describe la Situación Propuesta

Se toma como base la producción de 262 litros en 8 horas.

Variables de decisión:

x_1 : Cantidad de envases de 2 litros de vita tuna que se deben vender

x_2 : Cantidad de envases de 1 litro de vita tuna que se deben vender

x_3 : Cantidad de envases de 1/2 litro de vita tuna que se deben vender

Lo que se busca es maximizar los ingresos por la venta de envases, sabiendo que el precio de venta de \$2, \$1,5 y \$1 por envase de 2lt, 1lt y 1/2lt respectivamente.

Función Objetivo:

Maximizar

$$z = 2x_1 + 1,5x_2 + x_3$$

Restricciones:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 167$$

El costo por hora de producción de 32,7lts es de \$2,4, el costo por hora de producir un litro será de \$0,0733:

$$0,1466x_1 + 0,0733x_2 + 0,0367x_3 \leq 38,40$$

Se consumen 320 litros de agua a un costo de \$28, por lo que se deduce que el costo por litro es de \$0,0875:

$$0,175x_1 + 0,0875x_2 + 0,0438x_3 \leq 28$$

Costo de envase más etiqueta:

$$0,45x_1 + 0,35x_2 + 0,25x_3 \leq 66,45$$

Cantidad de penca pelada /Litro

66Kg producen 262 litros de contenido, por tanto, se tiene 0,252Kg/lit.

En consecuencia, el costo de penca pelada por litro es de \$0,00756

$$0,01512x_1 + 0,00756x_2 + 0,00378x_3 \leq 1,98$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

En resumen:

x_1 : Cantidad de envases de 2 litros de vita tuna que se deben vender

x_2 : Cantidad de envases de 1 litro de vita tuna que se deben vender

x_3 : Cantidad de envases de 1/2 litro de vita tuna que se deben vender

Maximizar:

$$z = 2x_1 + 1,5x_2 + x_3$$

Sujeta a:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 167$$

$$0,1466x_1 + 0,0733x_2 + 0,0367x_3 \leq 38,40$$

$$0,175x_1 + 0,0875x_2 + 0,0438x_3 \leq 28$$

$$0,45x_1 + 0,35x_2 + 0,25x_3 \leq 66,45$$

$$0,01512x_1 + 0,00756x_2 + 0,00378x_3 \leq 1,98$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Resultados y discusión

Con el modelo matemático desarrollado se propone un proceso productivo que minimiza los tiempos de producción y maximiza la rentabilidad para la empresa, en la Figura 2. Se muestra el diagrama de flujo para el proceso productivo mejorado y en la Tabla 5. Se describen las actividades a realizar dentro del proceso.

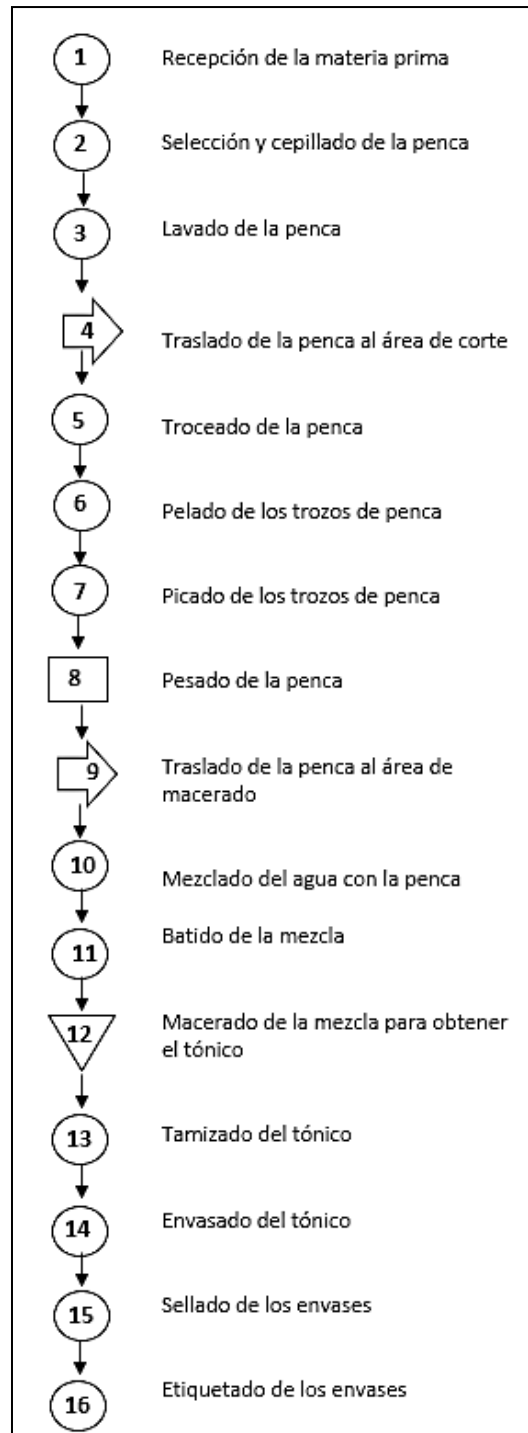


Figura 2. Diagrama de flujo del método mejorado de producción del tónico de tuna.

Tabla 5. Descripción de las actividades aplicando el método de trabajo propuesto

N°	Actividad	Descripción	Observaciones
1	Receptar la materia prima	El operario recibe las hojas de penca en el área de lavado y los botellones con agua purificada en el área de macerado	Los envases y las etiquetas se reciben una vez cada mes o cada dos meses dependiendo de las necesidades.
2	Seleccionar y cepillar la penca	Se selecciona la penca apta para la producción, y con un cepillo metálico o un cuchillo se la cepilla para así remover suciedades y espinos	El operario debe utilizar guantes de protección para sus manos. Esta operación la realiza el operario 2.
3	Lavar la penca	Se lavan las hojas de penca mientras se la cepilla con un cepillo plástico, para así remover espinos pequeños y suciedades.	Lavar con agua corriente y de flujo continuo para que se desechen los espinos
4	Trasladar la penca lavada	La penca se traslada desde el área de lavado hacia el área de corte.	Se ubica las hojas de penca en la tina plástica que está sobre el carro transportador manual, para facilitar su traslado. Esta operación la realiza el operario 1
5	Trocear la penca	Antes de pelar la penca se debe trocearla.	De acuerdo al tamaño de la penca el operario escoge el número de trozos, se recomienda dos o tres. Esta operación la realiza el operario 2.
6	Pelar la penca	Con ayuda de un cuchillo se pela la penca troceada. El pelado de la corteza es lo más superficial posible para evitar desperdicios de la materia prima.	Esta actividad la realizan los dos operarios a la vez.
7	Picar la penca	Colocar la penca pelada sobre la mesa de corte y con la ayuda de un cuchillo picarla. Los pedazos picados deben ser de 3 cm x 3 cm aproximadamente.	Esta actividad la realizan los dos operarios a la vez.
8	Pesar la penca	El peso adecuado de penca para la producción de los 100 lt de tónico de tuna es de 25 kg.	Si la balanza no marca los 25 kg se debe completar la cantidad de penca, si el peso es mayor no hay inconveniente. Esta actividad la realizan los dos operarios.
9	Traslado de la penca al área de macerado	El operario traslada la penca picada y pesada hacia el área de macerado.	Esta actividad la realiza el operario 1.
10	Mezclar el agua con la penca	En la maceradora se vierte el agua purificada y los cubos de gel de penca.	Para los 100 lt de tónico se mezcla 120 lt de agua y 25 kg mínimos de gel de penca
11	Batir la mezcla	Con la ayuda de la cuchara mezcladora se bate la mezcla con un ritmo lento, para que el gel de la penca se mezcle con el agua purificada.	
12	Tamizar el tónico	Antes de envasar el tónico se debe tamizarlo, para así retirar la penca.	El tónico tamizado se recoge en un contenedor adecuado con el fin de evitar que se desperdicie.
13	Envasar el tónico	El tónico tamizado se procede a envasarlo en los envases respectivos	Los envases son de 1/2, 1 y 2 lt.
14	Sellar los envases	Cada envase contenedor de tónico debe ser tapado manualmente.	Las tapas usadas son especiales pues tienen una apariencia de estar selladas.
15	Etiquetar los envases	Cada envase se etiqueta respectivamente indicando el volumen de cada uno.	Se debe tener precisión en el etiquetado para lograr una buena presentación del envase.

Se realiza un análisis de costos para saber si existe o no un incremento considerable de los beneficios.

La obtención de utilidades con el modelo propuesto se lo realiza en base a la producción de la demanda proyectada igual a 262 lt de tónico, la misma que con lo proyectado se lo logra en 27472,90 s = 7 h 37 min 52,9 s, es decir en una jornada laboral de 8 horas.

Tabla 6. Ingresos semanales con el método propuesto.

INGRESOS				
Descripción	Unidad	Costo x unidad (\$)	Número de Unidades	Costo Total (\$)
Tónico 2lt	u	2,00	110	220,00
Tónico 1 lt	u	1,50	27	40,50
Tónico 1/2 lt	u	1,00	30	30,00
TOTAL DE INGRESOS (\$):				290,50

Tabla 7. Egresos semanales con el método propuesto

EGRESOS				
Descripción	Unidad	Costo x unidad (\$)	Número de Unidades	Costo Total (\$)
Mano de obra				
Operario 1	hora	2,40	8	19,20
Operario 2	hora	2,40	8	19,20
Total (\$):				38,40
Materia Prima e Insumos				
Botellón con agua (20 lt)	u	1,75	16	28,00
Penca de tuna pelada	kg	0,03	66	1,98
Envases 1/2 lt	u	0,15	30	4,50
Envases 1 lt	u	0,25	27	6,75
Envases 2 lt	u	0,35	110	38,50
Etiquetas	u	0,10	167	16,70
Útiles de aseo	-	-	-	1,00
Total (\$):				97,43
Total costos de producción				135,83
Transporte				
Trasporte				5,00
Servicios Básicos				
Luz, agua y teléfono				0,00
Insumos (propuesta) (\$)				2,14
Publicidad (\$)				8,33
Arrendamiento				
Arriendo				0,00
Total de costos de operación:				10,48

Tabla 8. Estado de resultados con el método propuesto

ESTADO DE RESULTADOS			
	SEMANAL	MENSUAL	ANUAL
Ingresos por ventas del tónico de la Tuna	\$ 290,50	\$ 1.162,00	\$ 13.944,00
Costos de producción (-)	\$ 135,83	\$ 543,32	\$ 6.519,84
Utilidad Bruta	\$ 154,67	\$ 618,68	\$ 7.424,16
Gastos de operación (-)	\$ 10,48	\$ 41,90	\$ 502,80
Gastos administrativos (-)	\$ -	\$ -	\$ -
Costos de distribución (-)	\$ 5,00	\$ 20,00	\$ 240,00
Utilidad Operacional	\$ 149,67	\$ 598,68	\$ 7.184,16
Impuesto sobre la renta	\$ -	\$ -	\$ -
UTILIDAD NETA	\$ 149,67	\$ 598,68	\$ 7.184,16

Para comprobar la optimización de la línea de producción se calculan los siguientes índices de productividad.

$$Productividad\ total = \frac{Ingresos}{Gastos}$$

Método Actual

$$Productividad\ total = \frac{\$100}{\$64,05}$$

$$Productividad\ total = 1,56$$

Método Propuesto

$$Productividad\ total = \frac{\$290,50}{\$151,3}$$

$$Productividad\ total = 1,92$$

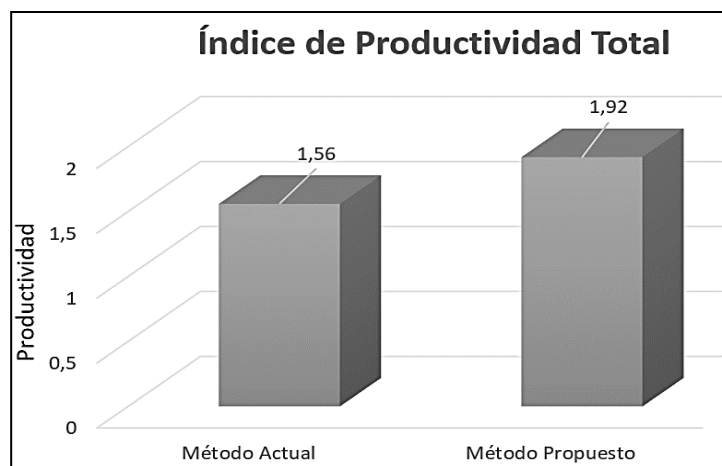


Gráfico 1. Índice de productividad total entre el método actual y el propuesto

Se observa que en el método actual el índice de rentabilidad es 1,56; y con el método propuesto aumenta a un valor de 1,92; existe un incremento del 23,08%.

$$\text{Productividad por volumen} = \frac{\text{Producción}}{\text{Insumos Empleado}}$$

Método Actual

$$\text{Productividad} = \frac{\text{Producción}}{\text{Insumo empleado}}$$

$$\text{Productividad} = \frac{100 \text{ lt}}{\$ 64,05}$$

$$\text{Productividad} = 1,56 \text{ lt}/\$$$

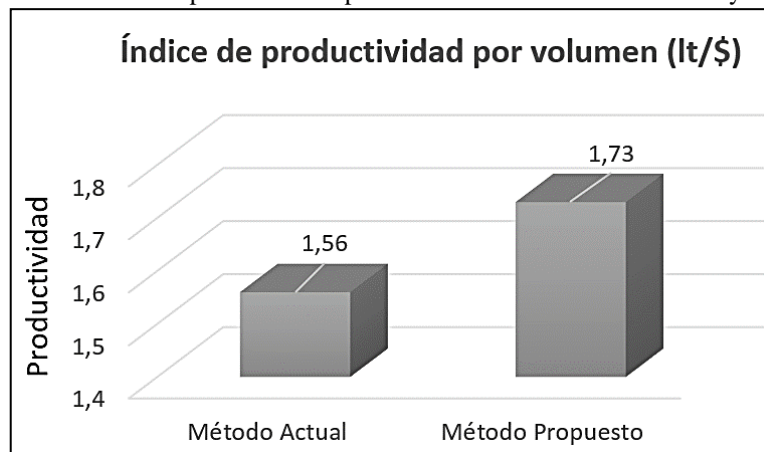
Método Propuesto

$$\text{Productividad} = \frac{\text{Producción}}{\text{Insumo empleado}}$$

$$\text{Productividad} = \frac{262 \text{ lt}}{\$ 151,30}$$

$$\text{Productividad} = 1,73 \text{ lt}/\$$$

Gráfico 2. Índice de productividad por volumen entre el método actual y el propuesto.



Se observa que con el método actual se produce 1,56 lt por cada dólar invertido, mientras que con el propuesto este índice aumenta, se produce 1,73 lt por cada dólar invertido.

$$\text{Producción por hora hombre} = \frac{\text{Unidades producidas}}{\text{Horas hombre trabajadas}}$$

Método Actual

$$\text{Producción por hora-hombre} = \frac{100 \text{ lt}}{4,684 \text{ h}}$$

$$\text{Producción por hora hombre} = 21,35 \text{ lt/h}$$

Método Propuesto

$$\text{Producción por hora-hombre} = \frac{262 \text{ lt}}{7,631 \text{ h}}$$

$$\text{Producción por hora-hombre} = 34,33 \text{ lt/h}$$

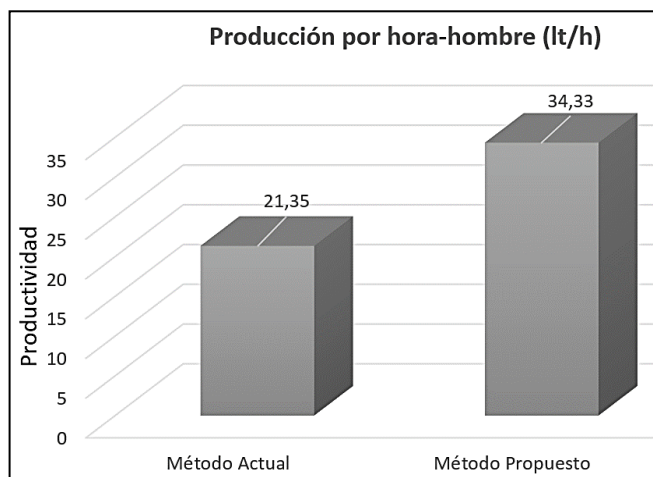


Gráfico 3. Índice de producción por hora hombre entre el método actual y el propuesto.

Se observa que con el método actual se produce a razón de 21,35 lt/hora, mientras que con el método propuesto el índice es mayor igual a 34,33 lt/h.

$$\text{Productividad económica} = \frac{\text{Utilidad}}{\text{Unidades Producidas}}$$

Método Actual

$$\text{Productividad económica} = \frac{\$35,95}{100 \text{ lt}}$$

$$\text{Productividad económica} = 0,36 \text{ \$/lt}$$

Método Propuesto

$$\text{Productividad económica} = \frac{\$149,67}{262 \text{ lt}}$$

$$\text{Productividad económica} = 0,57 \text{ \$/lt}$$

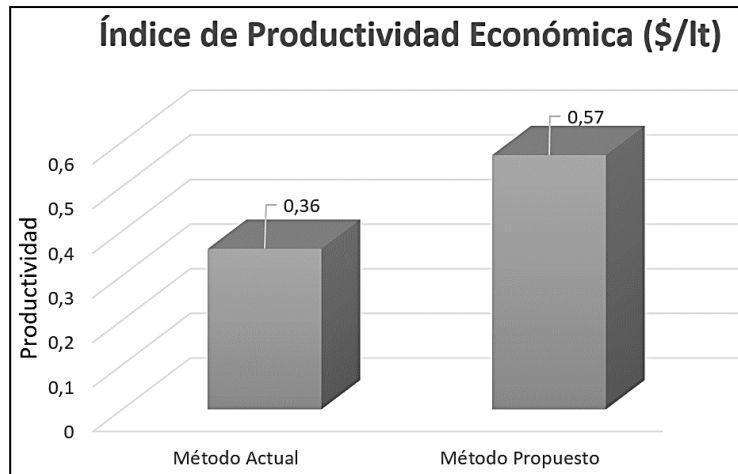


Gráfico 4. Índice de productividad económica entre el método actual y el propuesto

Se observa que con el método actual existe una utilidad de 36 centavos de dólar por cada lt de tónico, y con el método propuesto la utilidad aumenta a 57 centavos de dólar por cada lt producido.

Conclusiones

Se obtuvo el modelo matemático que optimiza la línea de producción de bebidas naturales a base de la penca de tuna, el mismo que minimiza los costos de producción y maximiza la capacidad de producción, con lo cual se garantiza abastecer la demanda proyectada en el menor tiempo y manteniendo la calidad de la bebida.

Con el modelo matemático se minimizan los costos de producción, lo que genera una mayor rentabilidad para los agremiados de la empresa.

La propuesta de mejora incrementa la capacidad de producción por hora de trabajo en un 60,71%, es decir que se incrementó de 21,35 lt/h a 34,33 lt/h.

El modelo matemático desarrollado, es una herramienta de apoyo a la toma de decisiones en la gestión de operaciones, y pueden implementarse en industrias de bebidas naturales que requieran optimizar sus líneas de producción.

Con la propuesta se tiene una disminución del tiempo actual de la producción para 100 lt de tónico en un 37,82%, se redujo de 4 horas 40 minutos 62,52 seg a 2 h 54 min 45,84 seg.

La propuesta de mejora logra satisfacer el valor de la demanda proyectada de 262 lt diarios, en un tiempo de producción de 7h 37 min 52,90 seg, es decir en un tiempo dentro de la jornada laboral normal de 8 horas.

Referencias

1. Adriano M, Ayala L. (2014). Proyecto de exportación y comercialización de la tuna y sus derivados (opuntia ficus - indica) hacia el mercado de Hamburgo - Alemania de la Corporación de productores orgánicos y artesanales “El Granjero Guaneño” del cantón Guano, provincia de Chimborazo. Memoria para optar al título de Ingeniero en Comercio Exterior, Facultad de Administración de Empresas, Escuela Superior Politécnica de Chimborazo, Riobamba, Ecuador.
2. Alemán, I., Brito, M., Fraga, E., Para, J., & Arias, R. (2011). Papel de la modelación matemática en la formación de los ingenieros. La Habana, Cuba: Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría.
3. Baldramina, A., Velásquez, H., Chanatasig, H., Oña, B. (2017). Diseño de un modelo matemático aplicado a la planeación de la producción y distribución de productos de consumo masivo. Revista Publicando, 4 No 12. (2).
4. Castillo, E., Conejo, A., Pedregal, P., Garcia, R., & Alguacil, N. (2002). Formulación y Resolución de Modelos de Programación Matemática en Ingeniería y Ciencia. New York: Wiley.
5. Gamboa, J. & Tabares, J. (2012). Diseño de un modelo matemático aplicado a la planeación de la producción y distribución de la Supply Chain de una empresa de consumo masivo. Santiago de Cali: Universidad ICESI, Facultad de Ingeniería.
6. Gavilanes, M. (2018). Los procesos de producción en las industrias alimenticias del sector norte de la ciudad de Guayaquil y su incidencia en los costos de producción. Tesis para ingeniería comercial. Guayaquil, marzo 2018. Universidad Politécnica Salesiana
7. Hillier & Lieberman (2010). Investigación de Operaciones. Séptima edición. McGraw-Hill/Interamericana Editores, S.A.

8. Krastek, R., Ramos, S. & Duarte, A. (2012). Formulación de un modelo matemático para optimizar el tiempo de producción en una planta extrusoras de tubos. *Universidad, Ciencia y Tecnología*, 16(62), 33-41. http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1316-48212012000100004&lng=es&tlng=es.
9. Narro, A. (1996). Aplicación de algunos modelos matemáticos a la toma de decisiones. *Política y Cultura*, (6), 183-198. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=267/26700614>
10. Possehl, O. (05 de mayo de 2020). Tendencias 2022, en cadena de suministro, industria alimentaria. Possehl. <https://www.possehl.mx/tendencias-2022-en-cadena-de-suministro-industria-alimentaria/>
11. Ramos, A., Sánchez, P., Ferrer, J., Barquín, J., & Linares, P. (2010). *Modelos Matemáticos de Optimización*. Madrid: Universidad Pontificia ICAI.
12. Toro, H. (2001). *Modelación matemática de la cadena de abastecimiento en busca de Localización eficiente de plantas y/o centros de distribución en el ámbito colombiano*. Tesis de grado. Pregrado en Ingeniería Industrial. Universidad del Valle.

© 2022 por los autores. Este artículo es de acceso abierto y distribuido según los términos y condiciones de la licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional (CC BY-NC-SA 4.0) (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>).