



Recepción: 20 / 12 / 2017

Aceptación: 15 / 02 / 2018

Publicación: 4 / 05 / 2018



Ciencias Químicas

Artículo de Revisión

Uso de un vibrador electromagnético para observar la generación de ondas estacionarias en una cuerda bajo tensión

Use of an electromagnetic vibrator to observe the generation of standing waves in a string under tension

Uso de um vibrador eletromagnético para observar a geração de ondas estacionárias em uma corda sob tensão

Isidoro E. Tapia-Segarra ¹
itapia@epoch.edu.ec

Correspondencia: itapia@epoch.edu.ec

¹ Docente, Facultad de Informática y Electrónica FIE-ESPOCH. Escuela Superior Politécnica de Chimborazo, Riobamba, Ecuador.

Resumen

Por medio del uso de un vibrador electromagnético es posible observar cómo se generan las ondas estacionarias por la superposición de ondas de igual magnitud y frecuencia, las mismas que se pueden observar en una cuerda bajo tensión. Al variar la tensión se obtienen diferentes armónicos que van desde una onda hasta n ondas, se consiguió generar con este equipo hasta un total de 13 ondas armónicas.

Palabras clave: Vibrador electromagnético; ondas estacionarias; ondas armónicas.

Abstract

By means of the use of an electromagnetic vibrator it is possible to observe how the standing waves are generated by the superposition of waves of equal magnitude and frequency, which can be observed in a string under tension. When the voltage is varied, different harmonics are obtained, ranging from a wave to n waves, it was possible to generate with this equipment up to a total of 13 harmonic waves.

Keywords: Electromagnetic vibrator; standing waves; harmonic waves.

Introducción.

Para el estudio y comprensión de la formación de ondas estacionarias en una cuerda bajo tensión, es necesario disponer de un laboratorio de física especializado con un equipo de laboratorio apropiado para realizar éste experimento, en vista de no contar con éste equipo se propone buscar una alternativa usando un equipo alternativo que consta de un vibrador electromagnético de una máquina de cortar cabello, una cuerda de densidad lineal conocida μ , una base universal con un columna en la que se colocó una polea fija, con un tubo deslizante que permita variar la tensión de la cuerda que es medida por un medidor de fuerza expresada en Newtons (N).

La figura 1, muestra el aparato adaptado para esta observación para realizar experimentalmente la generación de ondas estacionarias en una cuerda bajo tensión y que fue elaborado con materiales de bajo costo que se pueden conseguir fácilmente en nuestro medio.

Para la mejor comprensión del estudio de las ondas estacionarias en una clase de Física Newtoniana con los estudiantes del primer semestre de la Escuela de Ingeniería Electrónica en Telecomunicaciones y Redes de la Facultad de Informática y Electrónica de la ESPOCH , se desarrolló experimentalmente ésta experiencia con un equipo realizado en forma manual con materiales de bajo costo, obteniéndose buenos resultados y que permitió a los estudiantes comprender de manera significativa como se produce la generación de ondas estacionarias y sus modos de vibración.

El tema de la generación de ondas estacionarias se llevó a cabo primero sin la maqueta didáctica, y luego con la maqueta didáctica, encontrándose que sin maqueta la comprensión fue de un 20%, mientras que con la maqueta la comprensión fue de un 100% mejorando de manera muy significativa la comprensión del tema.

“Las ondas estacionarias se producen por la interferencia de dos ondas de la misma naturaleza con igual amplitud, longitud de onda o frecuencia que avanzan en sentido opuesto a través de un medio....las ondas estacionarias permanecerán confinadas en un espacio (cuerda, tubo con aire, membrana, etc... la amplitud de la oscilación para cada punto depende de su posición, la frecuencia es la misma para todos y coincide con las ondas que interfieren. Además, tienen puntos que no vibran llamados (nodos) que permanecen inmóviles, estacionarios, mientras que otros (vientres o antinodos) lo hacen con un amplitud de vibración máxima igual al doble de las ondas que interfieren, y con una energía máxima. El nombre de la onda estacionaria proviene de la aparente inmovilidad de los nodos. La distancia que separa dos nodos o dos antinodos es la media longitud de onda.... una onda estacionaria no son ondas de propagación sino distintos modos de vibración de la cuerda... solo hay ciertas frecuencias a las que se producen ondas estacionarias que se llaman frecuencias de resonancia, la más baja se llama frecuencia fundamental, y las demás son múltiplos enteros de ella.” [1]

Gomez Tejedor, José Antonio simuló el movimiento armónico de una cuerda con sus dos extremos fijos en el cual pudo visualizar, las diferentes ondas estacionarias en función de la frecuencia de una fuente externa [2].

J.E Molina-Coronell, B.P. Rodríguez-Villanueva proponen la construcción de un sistema electromecánico sencillo y de bajo costo para la producción de ondas mecánicas en cuerdas para aplicaciones en laboratorio de física de ondas, el cual consiste en la modificación de un altavoz de 5" al que se le retira parte del cono, se le adiciona una membrana en la parte exterior y un eje de aluminio, al cual se le ata la cuerda con un contrapeso en el otro extremo para producir ondas estacionarias. Además se ha construido un amplificador de 10 W con un circuito

integrado TDA2050 para alimentar el sistema electromecánico. Como generador de señales se ha utilizado una aplicación de Android para Tablet, llamada " Frecuency Maker Pro". Como resultado de la utilización del oscilador electromecánico y una tableta, hemos encontrado un valor de la constante de masa por unidad de longitud μ correspondiente a ...[3]

Corominas Viñas, Josep pudo determinar también con un pequeño motor eléctrico y un simple regulador de voltajes, con lo que pudo determinar cualitativamente la formación de ondas estacionarias en una cuerda, así como la relación entre la tensión de la cuerda oscilante, la frecuencia de oscilación y el número de nodos [4].

Danilo Gómez y Reinaldo Welti, estudiaron los efectos que provocan una fuerza viscosa sobre las oscilaciones forzadas de una cuerda tensa impulsada periódicamente en uno de sus extremos [5].



Figura 1.- Extremos fijo de la onda (polea)



Figura 2.- Extremo fijo -Equipo de generación de ondas.



Figura 3.- Medidor de tensión 0-2.0 Newtons.

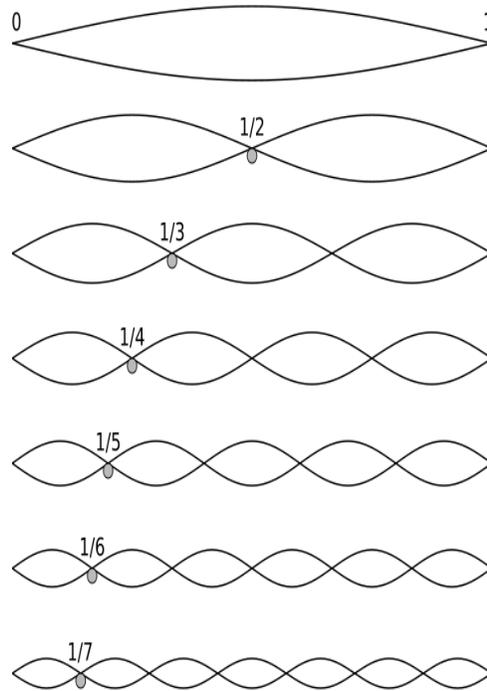


Figura 4.- Modos de vibración

Como se puede observar en la figura 4 se muestra los distintos modos de vibración de una cuerda bajo tensión, en la que el modo de vibración 1 se llama modo fundamental, cuando se producen dos nodos se llama segundo modo de vibración, y así sucesivamente. La longitud de la cuerda $L = \lambda/2$ en el modo fundamental, mientras que en el segundo modo de vibración la longitud de la onda $L = \lambda = 2\lambda/2 = \lambda$, en el tercer modo de vibración la longitud de la cuerda es $L = 3\lambda/2$ y así sucesivamente, en general se establece que la longitud de onda viene dado por la fórmula:

$$L = \frac{n\lambda}{2} \quad (m) \quad \text{ec. (1)}$$

Despejando de la ecuación (1) la longitud de onda λ se tiene:

$$\lambda = \frac{2L}{n} \quad (m) \quad \text{para: } n=1,2,3,\dots \quad \text{ec. (2)}$$

Como un ejemplo de cálculo de la ecuación (2) consideremos la cuarta armónica $n=4$, la longitud de onda:

$$\lambda = \frac{2L}{4} = \frac{L}{2} \text{ (m)}$$

Las frecuencias resonantes que corresponden a éstas longitudes de onda viene dado por:

$$f = \frac{v}{\lambda} = n \frac{v}{2L} \quad \text{para } n=1,2,3,\dots \quad \text{ec. (3)}$$

Donde:

f = frecuencia resonante (Hz)

n = número armónica de la n -ésima onda

v = velocidad de la onda viajera en la cuerda (m/s)

La velocidad de la onda v se determina con la siguiente fórmula:

$$v = \sqrt{\frac{\tau}{\mu}} \quad \left(\frac{m}{s}\right) \quad \text{ec.(4)}$$

Donde:

v = velocidad de la onda (m/s)

τ =tensión de la cuerda (Newtons)

μ = masa/Longitud= densidad lineal de la cuerda (kg/m) ec. (5)

Reemplazando en la ecuación 3 la ecuación 4:

$$f = \frac{v}{\lambda} = n \frac{\sqrt{\tau}}{2L} \quad \text{ec. (6)}$$

Para el análisis de la cinemática de una onda estacionaria, se combinan las dos ecuaciones de las ondas, la ecuación $y_1(x,t)$ que se mueve hacia la derecha, y la $y_2(x,t)$ que viaja en sentido contrario, y que se superponen formando una onda resultante [2]:

$$y_1(x, t) = y_m * \text{sen}(kx - \omega t) \quad \text{ec.(7)}$$

$$y_2(x, t) = y_m * \text{sen}(kx + \omega t) \quad \text{ec.(8)}$$

Aplicando el principio de superposición a las ecuaciones 7 y 8 dá la ecuación de la onda combinada:

$$y'(x, t) = 2y_m \text{sen}(kx) * \cos(\omega t) \quad \text{ec. (9)}$$

Donde:

$y'(x, t)$ = desplazamiento (m)

$2y_m \text{sen}(kx)$ = amplitud en la posición x

$\cos(\omega t)$ = Término oscilante

Para hallar la velocidad transversal, es decir, la velocidad de un elemento de cuerda paralelo al eje y , se toma la derivada de la ecuación 9:

$$u(x, t) = \frac{\partial y'}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\mu}{m} \cdot \text{sen}(kx) \cdot \cos(\omega t) \right]$$

$$u(x, t) = [-2y_m \cdot \omega \cdot \text{sen}(kx)] \cdot \text{sen}(\omega t)$$

ec. (10)

Donde:

$\text{sen}(\omega t)$ = variación con el tiempo

$[-2y_m \cdot \omega \cdot \text{sen}(kx)]$ = da la magnitud de esa variación.

Buscamos la magnitud absoluta de esa variación:

$$|-2y_m \cdot \omega \cdot \text{sen}(kx)| \quad (\text{m/s}) \quad \text{ec. (11)}$$

Con la ecuación 11 se puede determinar la rapidez máxima en (m/s) del elemento de cuerda en cualquier valor de x .

Para aplicar la ecuación 11 es necesario primero evaluar los valores de la velocidad angular ω que viene dado por la siguiente ecuación:

$$\omega = 2 * \pi * f \quad (\text{rad/s}) \quad \text{ec. (12)}$$

De igual manera es necesario determinar el valor del número de onda k que viene dado por la ecuación:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (\text{m}^{-1}) \quad \text{ec. (13)}$$

Los valores obtenidos de ω y k se reemplazan en la ecuación 10 para obtener el valor de la velocidad transversal en un valor de x dado.

Metodología.

Para la realización de ésta observación de la generación de ondas estacionarias se explicará el contenido teórico del tema, y se realizará algunas preguntas sobre la comprensión, y luego se procederá con la observación utilizando el equipo de generación de ondas electromagnético,

utilizando una cuerda y variando gradualmente la tensión de la cuerda hasta obtener diferentes modos de vibración, los pasos a seguir son los siguientes:

1.- Se establece la densidad lineal de la cuerda μ en kg/m utilizada en el experimento aplicando la ecuación ec.(5).

2.- Se arma el equipo de generación de ondas estacionarias colocando la cuerda en el extremo del vibrador y el otro extremo se pasa por la polea y se conecta al medidor de fuerza.

3.- Se conecta el generador de ondas estacionarias a la red de 110 Voltios que nominalmente tiene una frecuencia de $f= 60$ Hz.

4.- Se realizar una prueba inicial para verificar que todo funcione correctamente, se apaga momentáneamente el generador de ondas.

6.- Se separa los extremos de la cuerda a una longitud $L = 1$ m de distancia medida entre los apoyos fijos, se incrementa la tensión de cuerda hasta conseguir algún modo de vibración perfecto. En el modo de vibración se mide el valor de la amplitud en milímetros que corresponde al valor de $4y_m$ este valor se mide en el punto más externo de una onda, tomando en cuenta que en los cálculos este valor se debe pasar a metros. Ejemplo si $4y_m= 20$ mm,

$y_m= 5\text{mm}= 5*10^{-3}\text{m}$.

7.- Se calcula el valor de la longitud de onda λ utilizando para ello la ecuación ec. (2).

8.- Se calcula la velocidad de la onda v en m/s aplicando la ecuación ec. (4).

9.- Se calcula la frecuencia de oscilación f en Hz utilizando la ecuación ec. (3).

10.- Se comprueba si el valor de la frecuencia f es igual o se aproxima a la frecuencia nominal de la red $f=60\text{Hz}$.

11.- Se calcula los valores de k y w dados por las ecuaciones 12 y 13 para luego reemplazar en la ecuación 11 y así determinar la velocidad transversal máxima (u_m) en (m/s) para cada uno de los elementos de cuerda dado un valor de x en metros.

12. Con los valores encontrados graficar las ondas individuales y la onda resultante para lo cual se utilizará el programa MATLAB.

Resultados.

Primero determinamos la densidad lineal de la cuerda utilizando la ecuación ec. (5)

$\mu = \text{masa}/\text{Longitud} = \text{densidad lineal de la cuerda (kg/m)}$ la que resulta ser:

$$\mu = 0.005\text{kg} / 3 \text{ m} = 0.00167 = 0.0017 \text{ kg/m.}$$

Una vez que se puso en marcha el generador de ondas se fue variando la tensión y se encontró dos modos de vibración en la quinta y séptima armónica, es decir para $n=5$ y $n=7$ ondas.

Los resultados se presentan en las tablas 1,2, y 3.

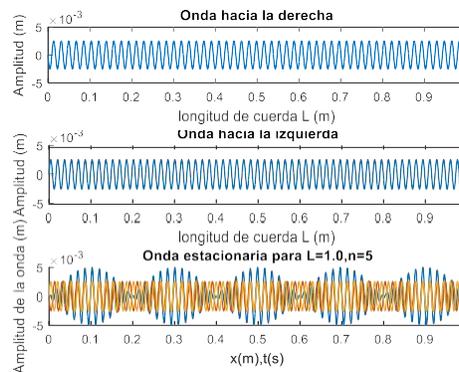
Tabla 1.- Resultados del experimento con $L= 1\text{m}$; frecuencia 60 Hz					
n	Tensión (N)	masa cuerda (3m)	4ym (m)	Longitud cuerda (m)	Densidad lineal μ (kg/m)
5	0.92	0.005	0.01	3.00	0.0017
7	0.46	0.005	0.01	3.00	0.0017

Tabla 2.- Determinación de la longitud de onda λ (m), velocidad v (m/s), y frecuencia f (Hz)					
n	Longitud L extremos fijos(m)	Longitud de onda λ (m)	Velocidad de onda v (m/s)	frecuencia calculada f (Hz)	frecuencia nominal oscilador (Hz)
5	1.00	0.40	23.49	58.74	60
7	1.00	0.29	16.61	58.15	60

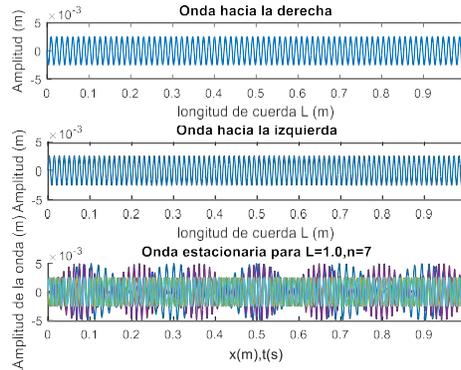
Tabla 3.- Determinación de la velocidad angular ω (rad/s), amplitud y_m (m), número de onda k (1/m), y velocidad máxima U_m (m/s)					
n	frecuencia calculada f (Hz)	velocidad angular ω (rad/s)	Amplitud y_m (m)	numero de onda k (1/m)	velocidad máxima u_m (m/s)
5	58.74	369.04	0.003	15.70	1.73
7	58.15	365.33	0.003	21.98	1.80

Mediante el programa Matlab se realizó el código para representar las gráficas de la onda estacionaria para $n=5$ ondas y $L=1$ m.

Figura 4.- Onda estacionaria $n=5$, $L=1$ m



El código de Matlab para realizar la gráfica de la onda estacionaria para $n=7$ ondas y $L=1$ m varía algunos parámetros como $\lambda=0.29$, y la tensión= 0.46 Newtons, y en título de la última fila se cambia $n=7$, todo lo demás se mantiene igual:

Figura 5.- Onda estacionaria $n=7$, $L= 1m$ 

Conclusiones.

En la tabla 1 se puede observar que la frecuencia del oscilador de ondas estacionarias nominal es de 60 Hz y los valores calculados se aproximan a éste valor nominal por las variaciones de la frecuencia de la red que existe.

A mayor número de ondas la longitud de la onda disminuye como se observa en la tabla 2.

Al pasar de $n=5$ a $n=7$ la tensión de la cuerda disminuye a la mitad para la misma distancia de $L= 1m$.

La velocidad de la onda disminuye al pasar de $n=5$ a $n=7$ como puede observar en la tabla 2.

La frecuencia y amplitud se mantiene con valor casi igual como se puede observar en la tabla 2, debido que la frecuencia y la amplitud es constante en la generación de ondas estacionarias.

En las figuras 1 y 2 se pueden observar las ondas que viajan tanto a la derecha como a la izquierda tienen un ángulo de desfase de 90 grados= $\pi/2$, es por ésta razón que al sobreponerse en

los nodos se anulan es decir la amplitud toma el valor de cero mientras que en los vientres se duplica la amplitud y toma el valor máximo.

Se ha logrado el objetivo de generar y observar las ondas con un generador casero que se puede utilizar en una clase de física para explicar a los estudiantes como se producen las ondas estacionarias de una manera experimental.

El uso del programa Matlab versión 15^a permitió graficar y obtener la superposición de las ondas estudiadas para $n=5$ y $n=7$ ondas.

Referencias Bibliográficas

- [1] Hallyday, Resnick, Walker, fundamentos de física, vol 1, octava edición, pag. 431-435.
- [2] Gómez Tejedor, José Antonio, Ondas estacionarias en una cuerda, Universidad Politécnica de Valencia, 2015
- [3] J.E Molina-Coronell, B.P. Rodríguez-Villanueva
- [4] J Corominas Viñas - Alambique: Didáctica de las Ciencias. 1995 - europa.sim.ucm.es
- [5] D Gómez, R Welti - Revista Brasileira de Ensino de Física, 2004 - SciELO Brasil
- [6] "Las fuerza y su medición" Ley de Hooke, SANGER, Agustina Escuela de Enseñanza Media N° 221 "Malvinas Argentinas", Villa Eloisa, Santa Fe <http://www2.ib.edu.ar/becaib/bib2007/Sanger.pdf>
- [7] A. Arrieta, Masa efectiva para un sistema de muelle real, Revista Colombiana de Física, vol. 41, No. 2, Abril 2009. <https://es.scribd.com/document/239857619/4102517>