



Ejemplo real del equilibrio de un cuerpo rígido bidimensional en la asignatura de Estática

Real example of the equilibrium of a two-dimensional rigid body in the subject of Statics

Exemplo real de equilíbrio de um corpo rígido bidimensional na atribuição de Estática

Hugo Hermel Pillajo-Quijja ¹
hugo.pillajo@utelvt.edu.ec
<https://orcid.org/0000-0003-3097-9523>

Correspondencia: hugo.pillajo@utelvt.edu.ec

Ciencias Técnicas y Aplicadas
Artículo de Investigación

* **Recibido:** 29 de mayo de 2024 * **Aceptado:** 01 de junio de 2024 * **Publicado:** 03 de julio de 2024

I. Ingeniero Mecánico, Magíster en Estructuras, Carrera de Ingeniería Mecánica, Universidad Técnica Luis Vargas Torres de Esmeraldas, Ecuador.

Resumen

Como docente de la carrera de Ingeniería Mecánica he observado que los conocimientos que se imparten en la asignatura de Estática son de un nivel medio de complejidad, algunos de los conceptos básicos que se revisan son equilibrio, fuerza, momento, apoyos, reacciones. En el presente trabajo se desarrolla un ejemplo de una aplicación real del equilibrio de un cuerpo rígido bidimensional, representado en un modelo idealizado para obtener las reacciones en los apoyos, indicar la función de los apoyos y el uso de sus reacciones, también se verifica la resolución utilizando el software SAP2000, con el objetivo de que los estudiantes observen la aplicación de la teoría de una manera sencilla, despejen sus dudas, incentivar su estudio y sirva de base para las demás asignaturas posteriores que recibirán en la malla de la carrera.

Palabras clave: Equilibrio; Fuerza; Momento; Cuerpo rígido; Reacciones.

Abstract

As a professor of the Mechanical Engineering career he observed that the knowledge that is imparted in the Statics assignment is of a medium level of complexity, some of the basic concepts that are revised are balance, strength, momentum, support, reactions. In this work, an example of a real application of the balance of a two-dimensional rigid body, represented in an idealized model to obtain reactions in support, indicates the function of support and the use of its reactions, is being developed. resolution using SAP2000 software, with the objective of having students observe the application of the theory in a simple way, clear their doubts, encourage their study and serve as a basis for the other subsequent assignments that they receive in the main career path.

Keywords: Balance; Strength; Time; Rigid body; Reactions.

Resumo

Como professor da carreira de Engenharia Mecânica, observou que os conhecimentos que são transmitidos na atribuição de Estática são de um nível médio de complexidade, alguns dos conceitos básicos que são revistos são equilíbrio, força, momento, apoio, reações. No presente trabalho desenvolve-se um exemplo de uma aplicação real do equilíbrio de um corpo rígido bidimensional, representado num modelo idealizado para obter as reações nos apoios, indicar a função dos apoios e a utilização das suas reações, verifica-se também a resolução utilizando o software SAP2000, com o objetivo de que os estudantes observem a aplicação da teoria de uma

maneira sencilla, gastem os seus dúbidas, promovam o seu estudo e sirvan de base para as demais atribuições posteriores que recibirán no centro da carreira.

Palabras-chave: Equilíbrio; Forza; Momento; Corpo rígido; Reações.

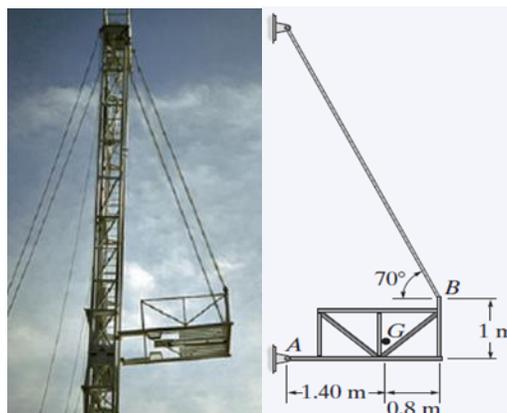
Introducción

La correcta aplicación de los conocimientos básicos de la asignatura de Estática dentro de la carrera de Ingeniería Mecánica, es fundamental para que los estudiantes puedan continuar con las demás asignaturas de la malla en niveles superiores, entre estas se mencionan: Dinámica, Resistencia de Materiales I y II, Estructuras Metálicas.

Un cuerpo rígido se considera un modelo donde la forma del cuerpo no cambia al aplicar una fuerza o carga, las dimensiones de sus elementos no cambian, no se considera el tipo de material. Cuando la masa del cuerpo rígido es importante, se considera su peso y se ubica en su centro geométrico, siempre que el cuerpo rígido sea uniforme (Hibbeler, 2016). En las figuras 1a, 1b se observan la representación de un ejemplo de un cuerpo rígido idealizado en dos dimensiones correspondiente a una plataforma sin carga suspendida en una torre de perforación.

Figura 1: Cuerpo rígido.

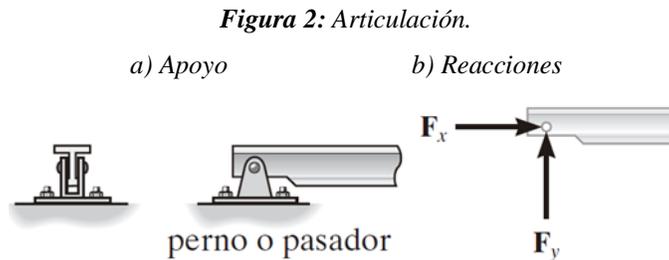
a) Representación real. b) Modelo idealizado.



Fuente: (Hibbeler, 2016).

Las reacciones en los apoyos, se producen ya que un soporte evita la traslación de un cuerpo rígido en una dirección, al ejercer una fuerza en el cuerpo rígido en la dirección opuesta. Por ejemplo, un pasador sin fricción puede evitar la traslación de la viga en cualquier dirección, se puede representar

la fuerza F sobre la viga mediante sus componentes rectangulares F_x y F_y (Hibbeler, 2016). En la Figura 2 se observan las reacciones en un apoyo tipo pasador sin fricción, articulación o perno sin fricción.



Fuente: (Hibbeler, 2016)

En la Figura 3 se observan otros tipos de apoyos y reacciones, estos impiden el movimiento únicamente en una sola dirección con línea de acción conocida (Beer & Johnston, 2010).

Figura 3: Apoyos y reacciones.

Apoyo	Reacción
<p style="text-align: center;">Rodillos o patines Balancín Superficie sin fricción</p>	<p style="text-align: center;">Fuerza con línea de acción conocida</p>
<p style="text-align: center;">Cable corto Eslabón corto</p>	<p style="text-align: center;">Fuerza con línea de acción conocida</p>

Fuente: (Beer & Johnston, 2010).

El equilibrio de un cuerpo rígido en dos dimensiones, considera que el cuerpo rígido y las fuerzas, las reacciones aplicadas sobre este, se encuentran actuando en el mismo plano. Al seleccionar los ejes

x, y (bidimensional) en el plano del cuerpo rígido, se pueden escribir las condiciones de equilibrio en forma general.

$$\sum F_x = 0 \quad (1)$$

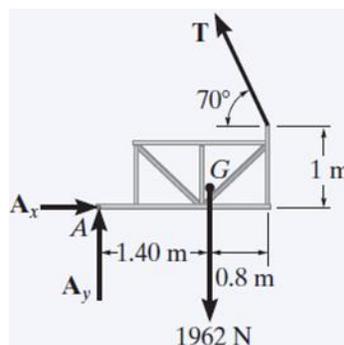
$$\sum F_y = 0 \quad (2)$$

$$\sum M_A = 0 \quad (3)$$

donde A es cualquier punto del cuerpo rígido, las ecuaciones anteriores se pueden resolver para un máximo de tres incógnitas y se emplean para determinar las fuerzas desconocidas que están aplicadas sobre el cuerpo rígido o reacciones que generalmente son desconocidas en los apoyos (Beer & Johnston, 2010).

Para resolver problemas de equilibrio de un cuerpo rígido, es necesario realizar el Diagrama de Cuerpo Libre (DCL), dónde se consideran todas las fuerzas externas y momentos de fuerza (momentos) que actúan sobre este, se aísla el cuerpo rígido de su entorno, se dibuja un bosquejo de este, se ubican los ejes x, y, se representan las reacciones en sus apoyos, se considera las dimensiones del cuerpo rígido para obtener los momentos (Beer & Johnston, 2010). En la Figura 4 se observa el DCL en dos dimensiones de la Figura 1.

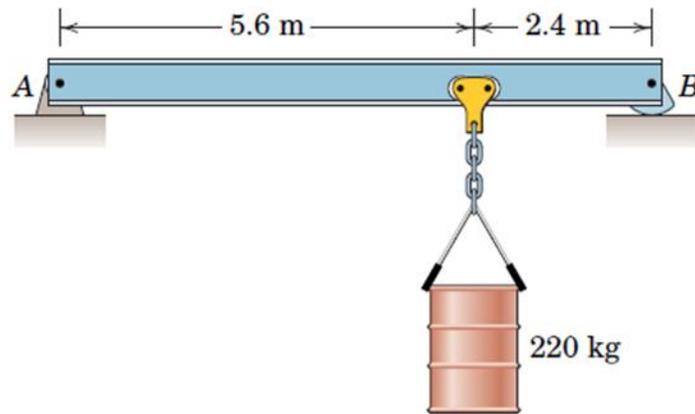
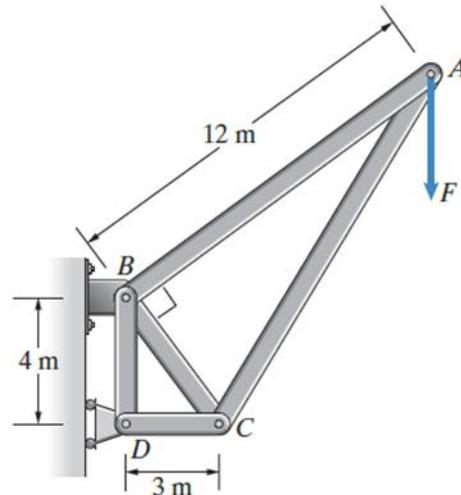
Figura 4: DCL



Fuente: (Hibbeler, 2016).

En la Figura 5 se observa el concepto de momento que corresponde al efecto de aplicar una fuerza perpendicular al mango de la llave con el objeto de girar el tubo alrededor de su eje vertical, la magnitud de este giro depende de la fuerza F y de la longitud d, que es la distancia perpendicular desde el eje a la línea de acción de la fuerza (Meriam, 2015), se expresa como:

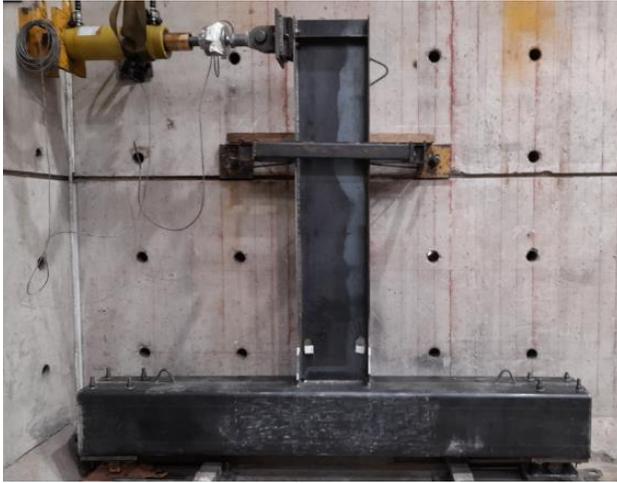
$$M = Fd \quad (4)$$

Figura 7: Ejemplo propuesto.*Fuente: (Meriam, 2015).**Figura 8: Ejemplo propuesto.**Fuente: (Bedford, 2008).*

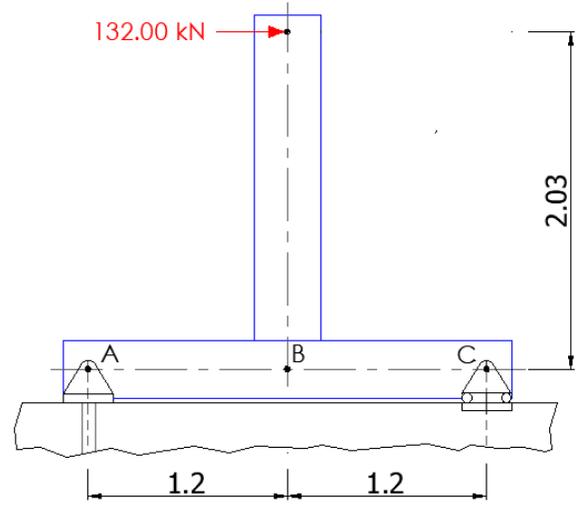
Se plantea el siguiente ejemplo real, en el laboratorio se someterá una conexión viga-columna en estructura metálica a la acción de una fuerza horizontal máxima de 132.00 kN producida por un actuador hidráulico, el elemento horizontal tiene un apoyo articulado en el extremo izquierdo y un apoyo de rodillo en el extremo derecho. Determine las reacciones en los apoyos, no considere la masa del cuerpo rígido. El arriostamiento lateral sirve para que el actuador hidráulico se mantenga en su plano. En la Figura 9 se observa el cuerpo rígido bidimensional propuesto.

Figura 9: Ejemplo real propuesto.

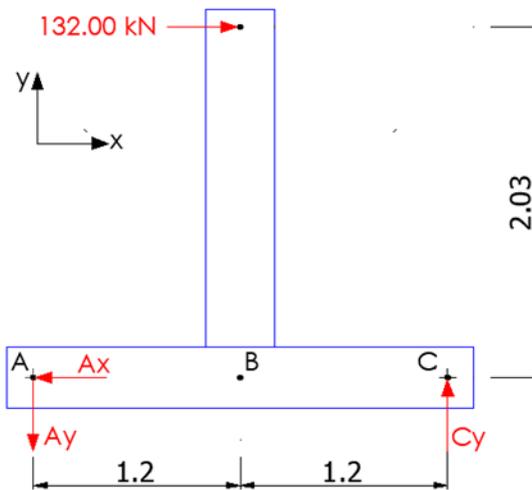
a) Representación real.



b) Modelo idealizado (dimensiones en m).

*Fuente:* Elaboración propia.**Resolución**

Se considera el cuerpo rígido bidimensional, se aísla de su entorno y se realiza el DCL, colocando las reacciones en los apoyos A y C, representado en la Figura 10.

Figura 10: DCL.*Fuente:* Elaboración propia.

Se plantean las ecuaciones de equilibrio:

$$+\Rightarrow \sum F_x = 0: \quad 132.00 - A_x = 0$$

$$A_x = 132.00 \text{ kN}$$

$$+\uparrow \quad \sum F_y = 0$$

$$C_y - A_y = 0$$

$$C_y = A_y \quad (5)$$

$$+\curvearrowright \quad \sum M_B = 0:$$

$$A_y(1.2) + C_y(1.2) - 132.00(2.03) = 0 \quad (6)$$

Sustituir la ecuación (5) en la ecuación (6)

$$C_y(1.2) + C_y(1.2) = 132.00(2.03)$$

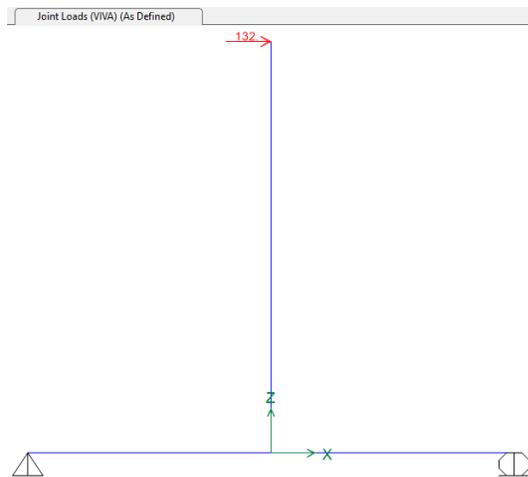
$$C_y = 111.65 \text{ kN} = A_y$$

Verificación mediante SAP2000

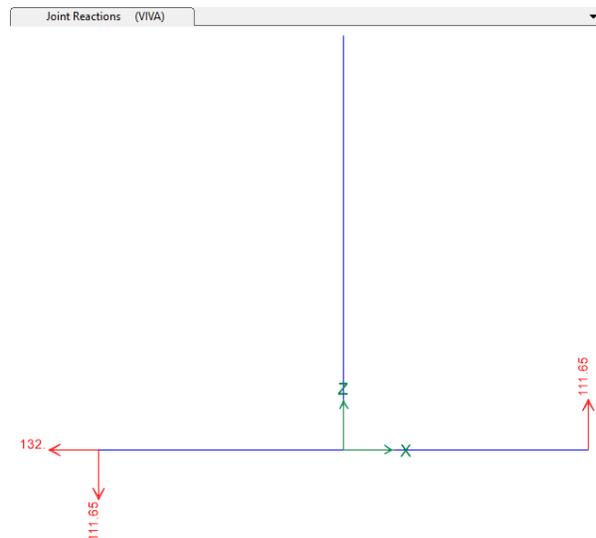
Para incentivar el uso de este software de análisis estructural, se realiza el ejemplo y los resultados se obtienen de forma rápida, comparando los valores de las reacciones en los apoyos se verifica que son los mismos obtenidos analíticamente, en la Figura 11 se presentan capturas de pantalla del software (las fuerzas están en kN).

Figura 11: Modelo realizado en SAP2000.

a) Asignación de cargas y apoyos.



b) Visualización de las reacciones.



Fuente: Elaboración propia.

Uso de las reacciones en los apoyos

El objetivo de representar un cuerpo rígido real mediante un modelo idealizado es fundamental en los trabajos de ingeniería (Gere & Goodno, 2009). Determinar las reacciones de una manera correcta es el primer paso para resolver problemas de equilibrio.

La fuerza horizontal que ejerce el actuador hidráulico hacia la derecha se equilibra con la reacción A_x hacia la izquierda, se considera:

$$A_x = 132.00 \text{ kN}$$

con esta carga se diseñarán a corte los pernos de anclaje entre el apoyo y el elemento horizontal, es decir dependiendo de esta carga, del material de los pernos, del diámetro de los pernos se pueden determinar la cantidad de pernos.

Debido a la fuerza horizontal que ejerce el actuador hidráulico hacia la derecha, el punto A del elemento horizontal se levantará, para evitar esto la reacción A_y ejerce una fuerza hacia abajo, se considera:

$$A_y = 111.65 \text{ kN}$$

con esta carga se diseñarán a tensión los pernos de anclaje entre el apoyo y el elemento horizontal, es decir dependiendo de esta carga, del material de los pernos, del diámetro de los pernos se pueden determinar la cantidad de pernos. También se diseñarán las placas y el pasador del apoyo articulado.

Debido a la fuerza horizontal que ejerce el actuador hidráulico hacia la derecha, en el punto C del elemento horizontal se aplica una carga hacia abajo, para evitar esto la reacción C_y ejerce una fuerza hacia arriba, se considera:

$$C_y = 111.65 \text{ kN}$$

con esta carga se diseñará a compresión la placa base o de asiento donde se aplicará el rodillo. También se diseñará el apoyo de rodillo. En la Figura 12 se observan ejemplos de apoyos reales.

Figura 12: Tipos de apoyos.

a) Articulado.



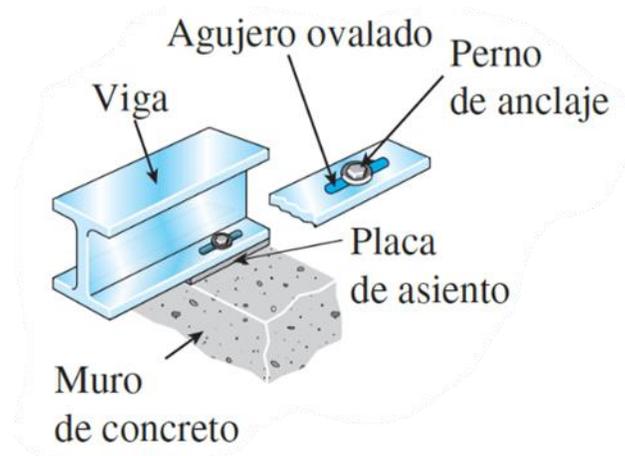
b) Apoyo de rodillo.



Fuente: (Beer & Johnston, 2010).

En la práctica de la ingeniería se presentan diferentes situaciones reales, en la Figura 13 se observa el extremo de una viga tipo H sobre un muro de hormigón, se considera como un apoyo de rodillo.

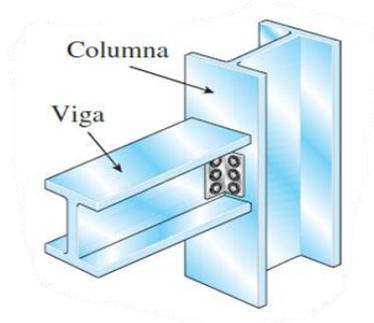
Figura 13: Apoyo de rodillo.



Fuente: (Gere & Goodno, 2009).

En la Figura 14 se observa la conexión de una viga tipo H a una columna tipo H utilizada en las edificaciones de estructura metálica, se considera un apoyo articulado ya que las alas de la viga están libres.

Figura 14: Apoyo articulado.



Fuente: (Gere & Goodno, 2009).

Conclusiones

En la asignatura de Estática para resolver problemas del equilibrio de un cuerpo rígido bidimensional se necesitan aplicar las tres ecuaciones de equilibrio y máximo tres reacciones en los apoyos como incógnitas, es fundamental realizar un correcto DCL colocando las reacciones en los apoyos.

Con el resultado de las reacciones en los apoyos y utilizando la teoría de la Resistencia de Materiales, los estudiantes estarán en condiciones de diseñar los apoyos.

El futuro Ingeniero Mecánico necesita sólidos conocimientos de la Estática, aplicar la teoría de asignaturas de niveles superiores y emplear algún software especializado para incursionar posteriormente en el Diseño Estructural de elementos más complejos.

Referencias

1. Bedford, A. (2008). Mecánica para Ingeniería Estática (Pearson Educación, Ed.; 5ta ed.). www.FreeLibros.org
2. Beer, F., & Johnston, R. (2010). Mecánica vectorial para ingenieros Estática (McGraw-Hill, Ed.; 9na ed.).
3. Gere, J., & Goodno, B. (2009). Mecánica de materiales (Cengage Learning, Ed.; 7ma ed.).
4. Hibbeler, R. C. (2016). Ingeniería Mecánica Estática (Pearson, Ed.; 14ava ed.).
5. Meriam, J. L. (2015). Engineering Mechanics Statics (I. Wiley & Sons, Ed.; 8va ed.).