



*Análisis estructural de un pórtico de concreto armado empleando el método sistematizado de rigidez*

*Structural analysis of a reinforced concrete frame using the systematized stiffness method*

*Análise estrutural de um pórtico de betão armado utilizando o método da rigidez sistematizada*

Marcos Josué Rupay-Vargas <sup>I</sup>

[mrupay@uniscjsa.edu.pe](mailto:mrupay@uniscjsa.edu.pe)

<https://orcid.org/0000-0002-7891-1838>

Ángel Brayan Loayza-Pérez <sup>II</sup>

[77136363@uniscjsa.edu.pe](mailto:77136363@uniscjsa.edu.pe)

<https://orcid.org/0009-0002-5717-280X>

Adriana Carla Buendía-Ramos <sup>III</sup>

[72579708@uniscjsa.edu.pe](mailto:72579708@uniscjsa.edu.pe)

<https://orcid.org/0009-0004-8620-0472>

Rossmery Lizbeth Hinostroza-Enrique <sup>IV</sup>

[73599463@uniscjsa.edu.pe](mailto:73599463@uniscjsa.edu.pe)

<https://orcid.org/0009-0008-0340-8606>

Freud Cayo Yupanqui-Navarro <sup>V</sup>

[72286318@uniscjsa.edu.pe](mailto:72286318@uniscjsa.edu.pe)

<https://orcid.org/0000-0002-7724-4033>

**Correspondencia:** [mrupay@uniscjsa.edu.pe](mailto:mrupay@uniscjsa.edu.pe)

Ciencias Técnicas y Aplicadas

Artículo de Investigación

\* **Recibido:** 05 de junio de 2024 \* **Aceptado:** 28 de julio de 2024 \* **Publicado:** 04 de agosto de 2024

- I. Universidad Nacional Intercultural de la Selva Central Juan Santos Atahualpa, Perú.
- II. Universidad Nacional Intercultural de la Selva Central Juan Santos Atahualpa, Perú.
- III. Universidad Nacional Intercultural de la Selva Central Juan Santos Atahualpa, Perú.
- IV. Universidad Nacional Intercultural de la Selva Central Juan Santos Atahualpa, Perú.
- V. Universidad Nacional Intercultural de la Selva Central Juan Santos Atahualpa, Perú.

## Resumen

La presente investigación tuvo como objetivo principal calcular la rigidez lateral y como objetivos específicos las deformaciones, fuerzas internas y el diagrama de momento flector; estos cálculos se realizaron mediante el análisis estructural de un pórtico de concreto armado de un solo nivel. Se llevó a cabo un análisis detallado de las deformaciones, fuerzas internas y el diagrama de momento flector de la estructura bajo efecto de corte, así como evaluar su rigidez lateral. La metodología adoptada es de carácter explicativo, centrándose en un caso en específico que contempla el efecto de corte en los tres elementos estructurales: columna, viga y placa. Los parámetros del desarrollo se basaron en el método sistematizado de la rigidez, utilizando los conceptos de deformación por corte, lo que permitió la obtención de resultados significativos. El resultado de la rigidez lateral del pórtico es de 20827.474 tonf/m, cabe destacar que la rigidez lateral, disminuye a medida que las barras experimentan deformación por corte; y las deformaciones son: en la placa  $6.2518/EI_{(2)}$ , en la viga  $2.4792/EI_{(2)}$  y en la columna es de  $0.9143/EI_{(2)}$ ; las fuerzas internas son: en la placa 17.9854 tonf en la parte inferior y -4.6653 tonf en la parte superior, y de la viga -1.5543 tonf en la parte izquierda ocasionado por el brazo rígido, 3.4996 tonf en la parte izquierda y 2.7172 tonf en la parte de derecha, y por último de la columna -2.7172 tonf en la parte superior y 2.0146 tonf en la parte inferior, cabe resaltar que estos valores son importantes para realizar el diagrama de momento flector de la estructura.

**Palabras clave:** Brazo rígido; Deformación por corte; Rigidez lateral; Método sistematizado.

## Abstract

The main objective of this research was to calculate the lateral stiffness and the specific objectives were the deformations, internal forces and the bending moment diagram; these calculations were carried out by means of the structural analysis of a single-story reinforced concrete frame. A detailed analysis of the deformations, internal forces and the bending moment diagram of the structure under shear effect was carried out, as well as evaluating its lateral stiffness. The methodology adopted is explanatory in nature, focusing on a specific case that considers the shear effect in the three structural elements: column, beam and plate. The development parameters were based on the systematized method of stiffness, using the concepts of shear deformation, which allowed obtaining significant results. The result of the lateral stiffness of the frame is 20827.474

tonf/m, it should be noted that the lateral stiffness decreases as the bars experience shear deformation; and the deformations are: in the plate  $6.2518/EI_{(2)}$ , in the beam  $2.4792/EI_{(2)}$  and in the column it is  $0.9143/EI_{(2)}$ ; the internal forces are: in the plate 17.9854 tonf at the bottom and -4.6653 tonf at the top, and of the beam -1.5543 tonf on the left side caused by the rigid arm, 3.4996 tonf on the left side and 2.7172 tonf on the right side, and finally of the column -2.7172 tonf on the top and 2.0146 tonf on the bottom, it should be noted that these values are important to make the bending moment diagram of the structure.

**Keywords:** Rigid arm; Shear deformation; Lateral stiffness; Systematized method.

## Resumo

O principal objetivo desta investigação foi calcular a rigidez lateral e como objetivos específicos as deformações, esforços internos e o diagrama de momento fletor; Estes cálculos foram realizados através da análise estrutural de um pórtico de betão armado de nível único. Foi realizada uma análise detalhada das deformações, dos esforços internos e do diagrama de momentos flectores da estrutura sob efeito cortante, para além de se ter avaliado a sua rigidez lateral. A metodologia adotada é de natureza explicativa, com enfoque num caso concreto que contempla o efeito cortante nos três elementos estruturais: pilar, viga e placa. Os parâmetros de desenvolvimento basearam-se no método sistematizado de rigidez, utilizando os conceitos de deformação por corte, o que permitiu obter resultados significativos. O resultado da rigidez lateral do pórtico é de 20.827.474 tonf/m. e as deformações são: na placa  $6.2518/EI_{(2)}$ , na viga  $2.4792/EI_{(2)}$  e no pilar é de  $0,9143/EI_{(2)}$ ; As forças internas são: na placa 17,9854 tonf na parte inferior e -4,6653 tonf na parte superior, e na viga -1,5543 tonf na parte esquerda provocada pelo braço rígido, 3,4996 tonf na parte esquerda e 2, 7172 tonf na parte esquerda. .

**Palavras-chave:** Braço rígido; Deformação por cisalhamento; Rigidez lateral; Método sistematizado.

## Introducción

“A lo largo de los años, en nuestro país se han dado eventos sísmicos han traído consigo pérdidas humanas y materiales” (Herrera J. H., 2018). Por ejemplo, los acontecimientos sufridos en el terremoto de Ica en el 2017 se evidenciaron cuantiosas pérdidas materiales, gran cantidad de damnificados y paros de actividades agrícolas que son sustento económico.

Según (Casal, 1987) para determinar la matriz de rigidez de la estructura “K” se deben expresar inicialmente las matrices de KLi de acuerdo con los GDL de la estructura o del edificio, por último, para hallar la matriz de rigidez (K) del edificio es la suma de las matrices de rigidez de cada (Kei) GDL.

También, de acuerdo con el Instituto Nacional de Estadística e Informática (INEI, 2017) menciona que: “el 60 % de las construcciones de las edificaciones son producto de la construcción informal o autoconstrucción”. Siendo otro factor alarmante que pone en riesgo la vida humana ante la presencia de eventos sísmicos.

Según (San Bartolomé, 1998) un pórtico mixto está conformada por vigas, columnas y placas (o muros estructurales), es por ende que el brazo rígido representa o está compuesta por la placa, y en cuanto a su longitud del brazo rígido nos menciona, se debe tener en cuenta que en la zona de encuentro entre la placa y viga existen muchos esfuerzos, por ende, se recomienda no reducir la sección del brazo rígido.

Según (Blanco Blasco, 1991) los muros o placas aportan mayor rigidez a la estructura y resisten mucho más en su dirección de análisis donde la inercia es mayor, también refiere que al tener mayor sección en su largo que en el ancho produce un comportamiento interior muy diferente ocasionado importantes deformaciones por corte, es por ello que tiene a tener mayor rigidez lateral en su largo. Es por ello, la importancia de la eficacia del análisis estructural del comportamiento de las estructuras ante deformaciones por flexión y corte, determinando la rigidez lateral en las estructuras que permite conocer la capacidad que presenta para soportar esfuerzos cuando es sometida a acciones sísmicas (Rupay Vargas, Godiño Poma, & Lopez Yarango, 2018).

Es por ello, respecto a la problemática, el objetivo de este estudio de artículo científico es realizar el análisis estructural de un pórtico de concreto armado de un solo nivel, además, determinar la rigidez lateral, deformaciones, fuerzas internas y el diagrama de momento flector de la estructura ante deformaciones por corte, mediante el método de rigidez sistematizado, utilizando conceptos básicos de elementos con brazos rígidos y deformación por corte.

## Materiales y métodos

### Parámetros del método sistematizado de rigidez

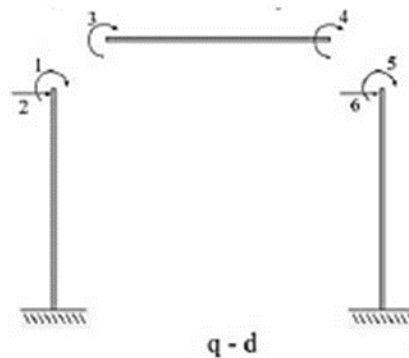
En este presente artículo de investigación, se aplicó el método sistematizado de rigidez, el cual, según (Rupay Vargas, 2023) implica una serie de operaciones matriciales que posibilitan calcular la matriz de rigidez una estructura representada por  $[K]$ , utilizando las matrices de rigidez de cada elemento  $[k]$ . En consecuencia, el propósito fundamental de este enfoque es el de ensamblar la matriz de rigidez de toda la estructura.

### Sistema Q-D y sistema q-d

Se presenta el sistema Q-D en concordancia con los grados de libertad propias de la estructura. Los GDL describe el funcionamiento de una estructura de acuerdo con los desplazamientos y las fuerzas que se relacionan con un número de grados de libertad. (Godiño Poma, López Yarango, & Rupay Vargas, 2017).

De la misma forma el sistema q-d, se dispone de acuerdo con los GDL, pero de cada elemento que conforma la estructura.

*Figura 1: Ejemplo de sistema q-d (local)*



*Nota: El gráfico representa a la determinación del sistema q-d local de un pórtico con sus dos bases empotradas.*

*Tomado de Rupay Vargas M. (2023).*

### Matriz de transformación

En la matriz de transformación, se relaciona los GDL del sistema Q-D de la estructura en general con los del sistema q-d (local). (Rupay Vargas, 2023).

En la figura 2, la matriz está dispuesta de la siguiente manera, como se observa las deformaciones asociadas a los GDL del sistema Q-D se colocan en las columnas, mientras que las deformaciones según los GDL del sistema q-d, se disponen en las filas de la matriz. (Blanco, Cervera, & Suarez, 2015)

Figura 2: Matriz de transformación

$$[A] = \begin{matrix} & \begin{matrix} D_1 & D_2 & D_3 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \end{matrix} \\ \begin{matrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} \end{matrix} & \left. \begin{matrix} \leftarrow d_1 \\ \leftarrow d_2 \\ \leftarrow d_3 \\ \leftarrow d_4 \\ \leftarrow d_5 \\ \leftarrow d_6 \end{matrix} \right\} \begin{matrix} [A_1] \\ [A_2] \\ [A_3] \end{matrix} \end{matrix}$$

Nota: Tomado de Rupay Vargas M.

### Deformación por corte en cada barra

En vista de que en el ejercicio de aplicación también se tomó en cuenta la deformación de corte en todos los elementos que conforman la estructura; será necesario el empleo de los siguientes conceptos y fórmulas:

La deformación total de una estructura toma en cuenta la deformación por flexión y la de corte:

$$D = \int_0^L \frac{Mm}{E \cdot I} + \int_0^L \frac{Vv}{G \cdot A_c} \boxed{\phantom{000000}}$$

La matriz de rigidez dispuesta para un elemento que está sometido a una deformación por corte es la siguiente (Avila, Puertas, & Martinez, 2021).

$$[k] = \frac{1}{1 + \alpha} \cdot \frac{EI}{L} \cdot \begin{bmatrix} 4 + \alpha & 2 - \alpha \\ 2 - \alpha & 4 + \alpha \end{bmatrix}$$

La constante  $\alpha$ , se halla de la siguiente manera:

$$\alpha = \frac{12EI}{L^2 \cdot G \cdot A_c}$$

Donde:

- E: módulo de elasticidad
- I: momento de inercia
- L: longitud del elemento
- G: módulo de corte
- Ac: área de corte

El módulo de corte (G) a su vez, es el resultado de:

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}$$

Donde:

- E: módulo de elasticidad
- $\mu$ : coeficiente de Poisson

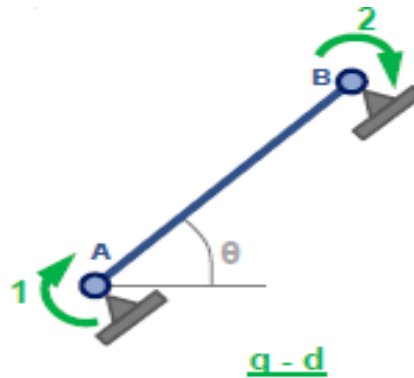
Asimismo, el área de corte es el resultado de:

$$Ac = \frac{A}{f}$$

Donde:

- A: área del elemento
- f: factor de forma (f rectángulo=1.2, f círculo=10/9)

*Figura 3: Barra con dos apoyos fijos y un sistema q-d con 2 GDL*



*Tomado de Rupay Vargas M. (2023).*

## Proceso de cálculo

El proceso de cálculo será según lo descrito a continuación:

**a) Paso: Modelo matemático**

En esta parte, se realiza una representación simplificada del ejercicio de aplicación a desarrollar, tomando en cuenta los datos especificados de una estructura; como: las secciones de los elementos, el módulo de elasticidad, momento de inercia, módulo de corte, etc. Con el objetivo de realizar de una manera más práctica el cálculo de la estructura (Hibbeler, 2012).

**b) Paso: Sistema Q-D**

Se determina el sistema Q-D (global) de todo el pórtico y el sistema q-d (local) de cada elemento del pórtico que consta de tres barras.

**c) Paso: Matriz de transformación y rigidez de cada elemento**

Se calcula las matrices de rigidez  $[k_i]$  y transformación de la barra  $[A_i]$ . Luego se prosigue a ensamblar la matriz de rigidez de la columna mediante la siguiente fórmula:

$$[K] = \sum ([A_i]^T \cdot [k_i] \cdot [A_i])$$

**d) Paso: Vector de cargas**

A continuación, se determina el vector de cargas del pórtico al reemplazar lo obtenido en esta ecuación:

$$\{Q - R\} = \{Q\} - \sum ([A_i]^T \cdot \{r_i\})$$

**e) Paso: Vector de deformaciones**

Se calcula las deformaciones de los GDL respecto al sistema Q-D (global) y las deformaciones de acuerdo con el sistema q-d (local).

$$\{D\} = [K^{-1}] \cdot \{Q - R\}$$

$$\{d_i\} = [A_i] \cdot \{D\}$$

**f) Paso: Fuerzas internas**

Se halla las fuerzas internas en los GDL respecto al sistema q-d, con la fórmula

$$\{q_i\} = [k_i] \cdot \{d_i\} + \{r_i\}$$

Con los resultados calculados de las fuerzas internas, se grafica los diagramas.

**g) Paso: Rigidez lateral**

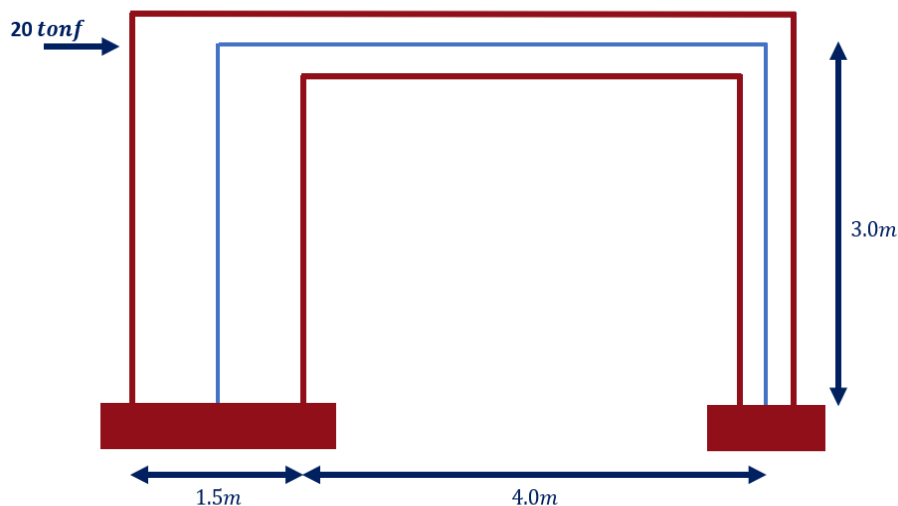
$$K_{LAT} = \frac{F_H}{D_H}$$



## Caso de estudio

La figura muestra una estructura que está conformado por una columna, una viga y una placa, es solo de un nivel. Se desea analizar la estructura utilizando el método sistematizado de rigidez, y se pide determinar mediante la siguiente condición: el efecto de corte en los tres elementos estructurales; con ello determinaremos el diagrama de momento flector y la rigidez lateral. En donde la altura de la estructura es de 3 m al eje de la viga, el ancho de la placa es de 1.5 m y la longitud de la viga es de 4 m; tenemos de sección una columna de 25x50 cm, placa de 15x150 cm y viga de 25x50 cm; y también tenemos un  $E = 2.5 \times 10^6 \text{ tonf/m}^2$ ,  $E/G = 2.3$ ,  $EA = \alpha$ ; para determinar la rigidez lateral se aplicó una fuerza de 20 tonf en el eje "x" de la estructura, como se visualiza a continuación:

*Figura 4: Ejercicio Propuesto*

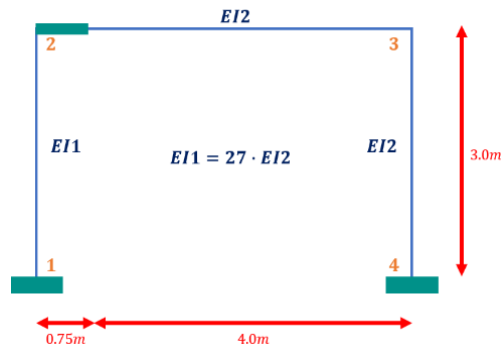


## Efecto de corte en los tres elementos

### a) Modelo matemático

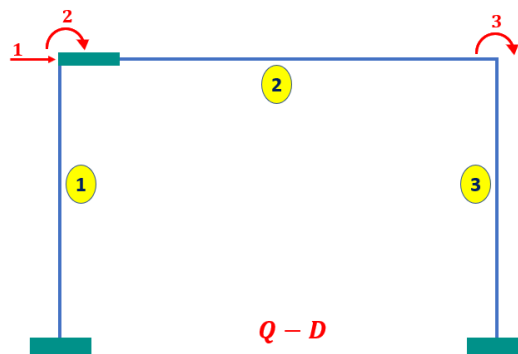
La placa se comporta como un brazo rígido:

Figura 5: Modelo Matemático



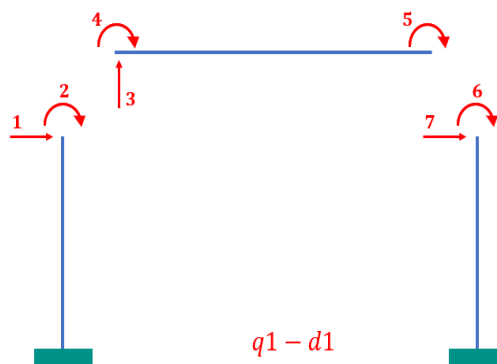
b) Sistema Q-D y q-d

Figura 6: Sistema Q-D



Para el sistema q-d tenemos:

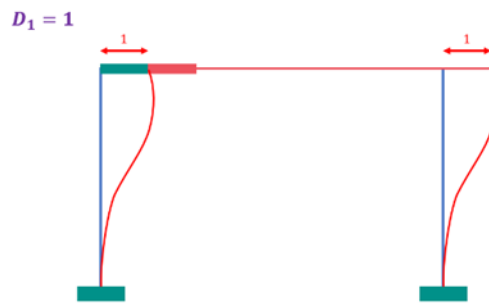
Figura 7: Sistema q1-d1



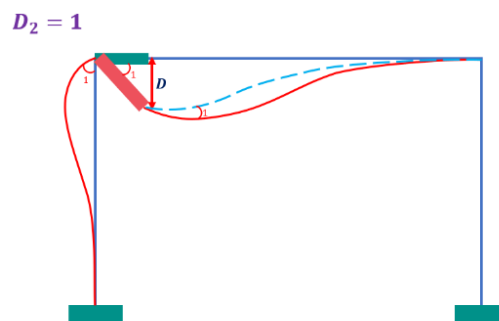
c) **Matriz de transformación y rigidez en cada barra**

Se analizó las deformadas cuando se libera los grados de libertad del sistema Q-D global, para luego completar nuestra matriz de transformación.

**Figura 8:** Desplazamiento unitario respecto a la redundante 1

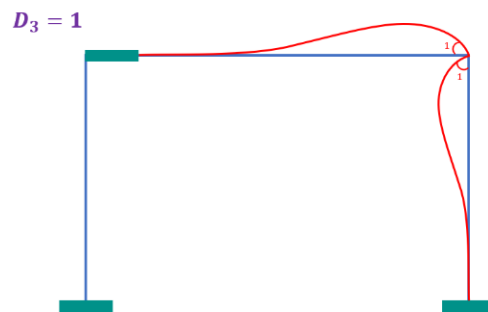


**Figura 9:** Rotación unitaria respecto a la redundante 2



donde:  $D = \text{longitud del brazo rígido} = 0.75 \text{ m}$

**Figura 10:** Rotación unitaria respecto a la redundante 3



Completamos la matriz de transformación respecto al sistema q1-d1.

**Tabla 1:** Matriz de transformación del ejercicio de aplicación

	$D_1$	$D_2$	$D_3$	
<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	$d_1$
<b>0</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	$d_2$
<b>0</b>	<b>-0.75</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	$d_3$
<b>0</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	$d_4$
<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	$d_5$
<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	$d_6$
<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	$d_7$

*Nota:* En la tabla se muestra las deformaciones de la estructura relacionadas con las deformaciones de cada barra.

Para las barras (Placa, Viga y Columna): analizaremos con el efecto de corte, también será evaluado en función de EI2:

$$K_e = \frac{27 \times EI_2}{L \times (1 + \alpha)} \times \begin{bmatrix} 4 + \alpha & 2 - \alpha \\ 2 - \alpha & 4 + \alpha \end{bmatrix}$$

Hallaremos alfa:

- Placa:

$$\alpha = \frac{12 \times EI}{G \times A_c \times L^2} = 2.76 \times \frac{h^2}{L^2} = 2.76 \times \frac{1.5^2}{3^2} = 0.69$$

- Viga:

$$\alpha = \frac{12 \times EI}{G \times A_c \times L^2} = 2.76 \times \frac{h^2}{L^2} = 2.76 \times \frac{0.5^2}{4^2} = 0.0431$$

- Columna:

$$\alpha = \frac{12 \times EI}{G \times A_c \times L^2} = 2.76 \times \frac{h^2}{L^2} = 2.76 \times \frac{0.5^2}{3^2} = 0.0767$$

Para un modelo:

Figura 11: Elemento con 2 GDL



Nota: En la figura se observa el modelo que se tomará para hallar las rigideces de las barras.

- Rigidez de la Placa:

$$K_{e1} = \begin{bmatrix} 24.9763 & 6.9763 \\ 6.9763 & 24.9763 \end{bmatrix} EI_2$$

- Rigidez de la Viga:

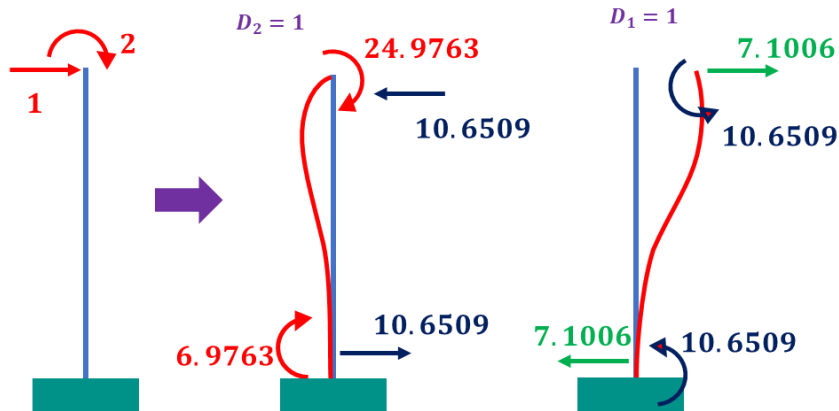
$$K_{e2} = \begin{bmatrix} 0.969 & 0.469 \\ 0.469 & 0.969 \end{bmatrix} EI_2$$

- Rigidez de la Columna:

$$K_{e3} = \begin{bmatrix} 1.2621 & 0.5955 \\ 0.5955 & 1.2621 \end{bmatrix} EI_2$$

Determinando las deformaciones en cada barra y su respectiva rigidez:

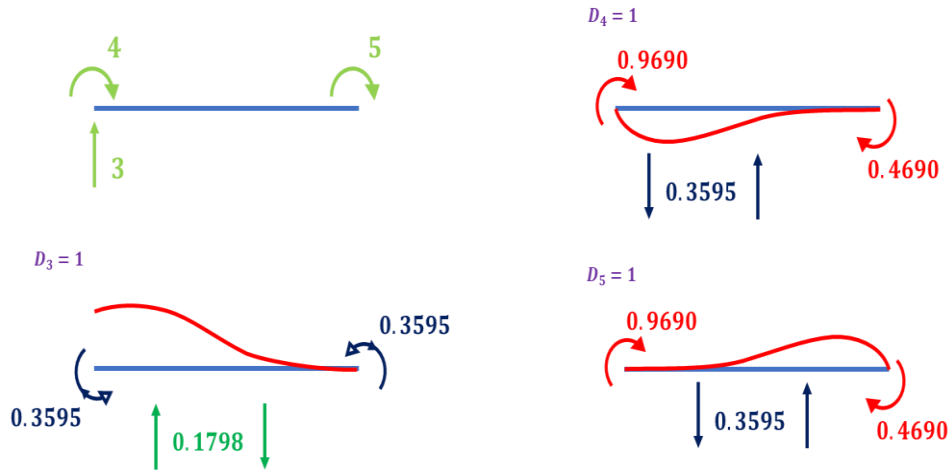
Figura 12: Deformaciones en la barra 1 respecto al q1-d1



Nota: En la figura se muestra las deformaciones calculadas en la placa.

$$K_1 = \begin{bmatrix} 7.1006 & -10.6509 \\ -10.6509 & 24.9763 \end{bmatrix} EI_2$$

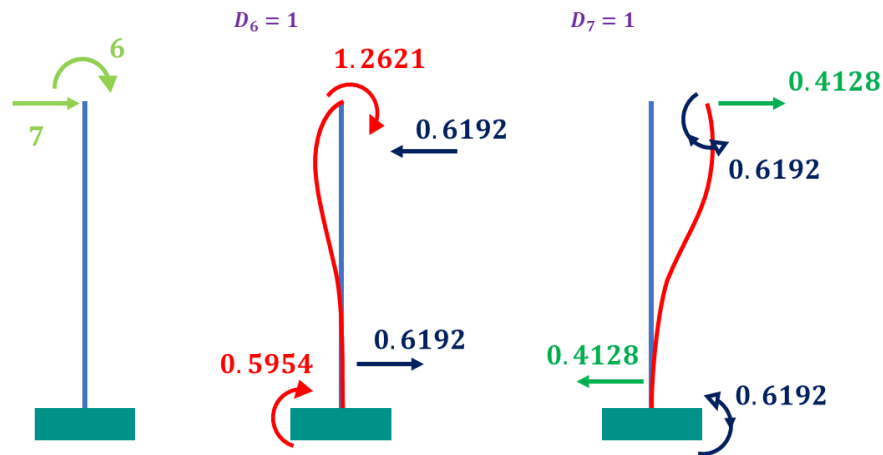
Figura 13: Deformaciones en la barra 2 respecto al q1-d1



Nota: En la figura se muestra las deformaciones calculadas en la viga (barra 2).

$$K_2 = \begin{bmatrix} 0.1798 & -0.3595 & -0.3595 \\ -0.3595 & 0.9690 & 0.4690 \\ -0.3595 & 0.4690 & 0.9690 \end{bmatrix}$$

Figura 14: Deformaciones en la barra 3 respecto al q1-d1



Nota: En la figura se muestra las deformaciones calculadas en la columna (barra 3).

$$K_3 = \begin{bmatrix} 1.2621 & -0.6192 \\ -0.6192 & 0.4128 \end{bmatrix} EI_2$$

d) **Ensamblaje de la matriz de rigidez**

$$[K] = \begin{bmatrix} 7.5134 & -10.6509 & -0.192 \\ -10.6509 & 26.5857 & 0.7386 \\ -0.6192 & 0.7386 & 2.2311 \end{bmatrix} EI_2$$

e) **Vector de cargas**

$$Q = \begin{bmatrix} 20 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ tonf} \quad \text{y} \quad R = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

**Resultados****Vector de deformaciones (D y di)**

Por consiguiente, los resultados obtenidos de la deformación (D) de toda la estructura y las deformaciones de las barras que lo constituyen (di) son:

*Tabla 2: Vector de deformaciones*

	<b>Brazo rígido</b>	<b>Viga</b>	<b>Columna</b>	
<b>D</b>	<b>6.2518/EI2</b>	<b>2.4792/EI2</b>	<b>0.9143/EI2</b>	
<b>d1</b>	<b>6.2518/EI</b>	<b>2.4792/EI</b>		
	<b>2</b>	<b>2</b>		
<b>d2</b>		<b>-1.8594/EI2</b>	<b>2.4792/EI</b>	<b>0.9143/EI</b>
			<b>2</b>	<b>2</b>
<b>d3</b>			<b>0.9143/EI</b>	<b>6.2518/EI</b>
			<b>2</b>	<b>2</b>

**Fuerzas internas (qi)**

De la misma manera, se consigue alcanzar las fuerzas internas de las barras de la estructura propuesta:

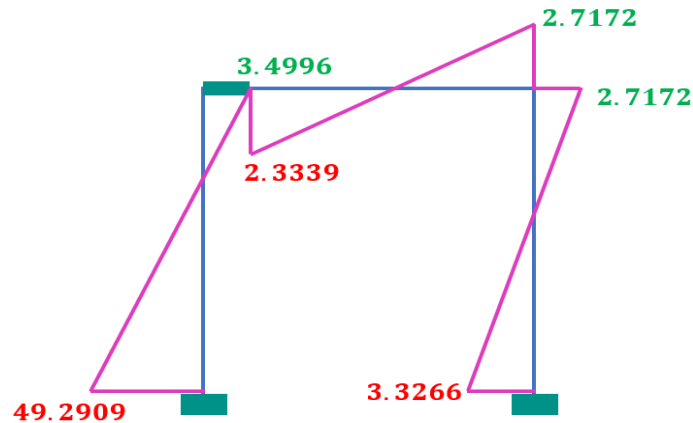
*Tabla 3: Fuerzas internas de las barras*

	<b>Brazo rígido</b>	<b>Viga</b>	<b>Columna</b>	
<b>q1 (tonf)</b>	<b>17.9854</b>	<b>-4.6653</b>		
<b>q2 (tonf)</b>		<b>-1.5543</b>	<b>3.4996</b>	<b>2.7172</b>
<b>q3 (tonf)</b>			<b>-2.7172</b>	<b>2.0146</b>

**Diagrama de momento flector**

En la figura 15, se observa el gráfico del momento flector que se determinó utilizando las fuerzas internas obtenidas de las barras, y realizando las respectivas ecuaciones de equilibrio.

Figura 15: Diagrama de momento flector



Nota: Diagrama de momento flector aplicando el método de rigidez sistematizado.

### Rigidez lateral

Finalmente, el resultado de la rigidez lateral, resaltando que se utilizaron los valores calculados de las deformaciones de la estructura, así como la fuerza lateral inicialmente propuesta, es la siguiente:

$$EI_2 = E \times \frac{b_{viga} \times h_{viga}^3}{12} = 6.5104 \times 10^3$$

$$K_{Lateral} = \frac{FH}{DH} = \frac{20}{6.2518} \times EI_2 = \mathbf{20827.474 \text{ tonf/m}}$$

### Discusión

(Blanco, Cervera, & Suarez, 2015) mencionan que mediante los grados de libertad se puede determinar los desplazamientos y giros en una estructura, al iniciar desde un punto nodal, aplicando a armaduras en 2D. El número de GDL se vincula con numero de nodos; para los apoyos simples se asigna 1 grado de libertad, mientras que para los apoyos fijos ningún grado de libertad. Es por ende que este enfoque se aplicó en este trabajo de investigación.

Al examinar los resultados derivados de los cálculos efectuados mediante el método de rigidez sistematizado, que incorpora conceptos de elementos con brazos rígidos y deformación por corte, se han obtenido resultados significativos y demostrativos. Se destaca especialmente la relevancia de llevar a cabo el cálculo de la matriz de rigidez para cualquier pórtico en relación con las coordenadas globales de la estructura, según lo propuesto por el procedimiento de (Ottazi Pasino, 2014).



De acuerdo con (Falconi, 2014) señala que, según los parámetros del proceso, es necesario aplicar el método de rigidez sistematizado para determinar la rigidez lateral de un pórtico. El valor obtenido en los resultados en el cual aborda el efecto de corte en los tres elementos estructurales, se estimó una rigidez lateral de  $20827.474 \text{ tonf}/m$ .

Además, se determinó la matriz de rigidez de la estructura mediante las matrices de rigidez en las barras que lo componen, mostrando la finalidad del método de rigidez sistematizado según lo mencionando por el autor (Rupay Vargas, 2023) que afirma lo siguiente: “el propósito fundamental de este enfoque es el de ensamblar la matriz de rigidez de toda la estructura” (p. 3). El análisis revela que la matriz es simétrica, además el término de la diagonal principal ( $k_{ii}$ ) es positivo y la matriz de rigidez no depende del sistema de cargas. Es definida positiva y su ensamblaje es fácil de sistematizar, cumpliendo con las características especificadas en los conceptos utilizados en la metodología de acuerdo con diversos autores.

## Conclusiones

Para el desarrollo del ejercicio de aplicación se empleó el método de rigidez sistematizado con el objetivo de determinar la rigidez lateral; debido a que este enfoque considera a toda la estructura así también como a las barras que la conforman al realizar los cálculos, suministrando una base eficaz para el análisis y diseño de sistemas estructurales parecidos. Además, se alcanzó a determinar la rigidez lateral, calculado un valor de  $20827.474 \text{ tonf}/m$  cuando se tiene en cuenta el efecto de corte en los tres elementos estructurales.

Las deformaciones en la estructura resultaron las siguientes: en la placa  $6.2518/EI_2$ , en la viga  $2.4792/EI_2$  y en la columna es de  $0.9143/EI_2$ .

Las fuerzas internas en del pórtico analizado fueron: en la placa  $17.9854 \text{ tonf}$  en la parte inferior y  $-4.6653 \text{ tonf}$  en la parte superior, y de la viga  $-1.5543 \text{ tonf}$  en la parte izquierda ocasionado por el brazo rígido,  $3.4996 \text{ tonf}$  en la parte izquierda y  $2.7172 \text{ tonf}$  en la parte de derecha, y por último de la columna  $-2.7172 \text{ tonf}$  en la parte superior y  $2.0146 \text{ tonf}$  en la parte inferior, cabe resaltar que estos valores son importantes para realizar el diagrama de momento flector de la estructura.

De la misma manera, se obtuvo la matriz de rigidez simétrica, en el cual nos relaciona los desplazamientos de varios nodos, con los esfuerzos puntuales efectivos en dichos nodos. Esta

matriz es primordial para percibir las distribuciones de las fuerzas y deformaciones en la estructura, facilitando un análisis más detallado.

Por lo tanto, la aplicación de este método ayuda de gran manera a conseguir un resultado prácticamente acertado de la rigidez lateral y así también de otros elementos como: las deformaciones y fuerzas internas. El método de rigidez sistematizado es una gran herramienta en la ingeniería estructural pues ofrece un resultado preciso de las deformaciones y rigideces; lo cual es de gran ventaja para el análisis de estructuras que se pueden observar en la vida real, ya que permite determinar parámetros siguiendo un proceso sucesivo y de manera manual sin necesidad de emplear algún software que muchas veces es difícil de utilizar in situ.

## Referencias

1. Avila, F., Puertas, E., & Martínez, A. (2021). Cálculo matricial de estructuras. Granada, España: Departamento de Mecánica de Estructuras e Ingeniería Hidráulica E.T.S. Ingeniería de Caminos, Canales y Puertos.
2. Blanco Blasco, A. (1991). Estructuración y Diseño de Edificaciones de Concreto Armado. Lima.
3. Blanco, E., Cervera, M., & Suarez, B. (2015). Análisis matricial de estructuras. Barcelona: Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería (CIMNE).
4. Casal, J. (1987). Métodos para el Análisis de Estructuras Sujetas a Fuerzas Sísmicas Laterales. Instituto Nacional de Prevención Sísmica.
5. Falconi, R. A. (2014). Análisis Matricial de Estructuras. Ecuador: FRONTIER PUBLICIDAD.
6. Godiño Poma, F., López Yarango, J. S., & Rupay Vargas, M. J. (2017). Análisis Estructural I. Métodos Energético y Matricial con Aplicaciones Mathcad. Huancayo: Impresos S.R.L.
7. Herrera, J. H. (2018). "Reforzamiento estructural usando el método del encamisado de columnas para. Lima.
8. Hibbeler, R. C. (2012). Análisis estructural. Pearson.
9. INEI. (2017). Estimación y Análisis de la Mortalidad Según Diversas Fuentes. Lima: Síntesis Metodológica.
10. Ottazi Pasino, G. (2014). Apuntes del curso Análisis Estructural I.

11. Rupay Vargas, M. (2022). Apuntes de la clase de "Trabajo y energía de deformación". Universidad Nacional Intercultural de la Selva Central "Juan Santos Atahualpa", Junín, Chanchamayo.
12. Rupay Vargas, M. (2023). Apuntes de la clase de "Brazo rígido y deformación por corte". Universidad Nacional Intercultural de la Selva Central "Juan Santos Atahualpa", Junín, Chanchamayo.
13. Rupay Vargas, M. (2023). Apuntes de la clase de "Formulación del método de rigidez". Universidad Nacional Intercultural de la Selva Central "Juan Santos Atahualpa", Junín, Chanchamayo.
14. Rupay Vargas, M., Godiño Poma, F., & Lopez Yarango, J. (2018). Estructuración y diseño sísmico de edificaciones. Huancayo, Perú.
15. San Bartolomé, Á. (1998). Análisis de edificios. Lima: Pontificia Universidad Católica del Perú.

© 2024 por los autores. Este artículo es de acceso abierto y distribuido según los términos y condiciones de la licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional (CC BY-NC-SA 4.0) (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>).